

Desain dan Simulasi *Switching Magnet* untuk Akselerator Siklotron DECY-13

DELLA DJAHROTUN DAROJAT^{1*}, NOWO RIVELI¹, BUDI ADIPERDANA¹, TAUFIK²

¹Departemen Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Padjadjaran
Jl. Raya Bandung-Sumedang Km.21 Jatinangor 45363, Sumedang, Jawa Barat, Telp. 022-7796014

²Pusat Riset Teknologi Akselerator, Organisasi Riset Tenaga Nuklir, Badan Riset dan Inovasi Nasional (BRIN), Gedung 720, Kawasan Sains dan Teknologi B.J. Habibie, Jalan Puspiptek, Muncul, Setu, Tangerang Selatan, Banten 15314, Indonesia.

*Corresponding author

Email: della21001@mail.unpad.ac.id

Diserahkan: 04/12/2025

Diterima: 13/01/2026

Dipublikasikan: 13/02/2026

Abstrak. *Switching magnet* merupakan komponen dalam sistem *beamline* pada akselerator yang berfungsi untuk mengalihkan lintasan berkas partikel menuju target yang berbeda dengan sudut defleksi tertentu. Prinsip kerjanya bergantung pada interaksi antara medan magnet statis dan momentum partikel bermuatan, sehingga memungkinkan pengendalian arah berkas secara presisi. Penelitian ini bertujuan merancang *switching magnet* untuk *beamline* siklotron DECY-13 milik PRTA-BRIN, dengan spesifikasi proton berenergi 13 MeV dan target defleksi 15°. Desain awal mengadaptasi geometri magnet dari siklotron CS-30 yang memiliki energi 26 MeV, sehingga diperlukan penyesuaian arus pada konfigurasi kumparan agar kompatibel dengan sistem DECY-13. Simulasi distribusi medan magnet dilakukan menggunakan CST EM Studio berbasis metode elemen hingga (*Finite Element Method*) untuk menentukan karakteristik medan magnet yang dibutuhkan. Berdasarkan perhitungan teoritis, medan efektif sebesar 0,265 T diperlukan untuk mencapai defleksi 15°, sementara hasil simulasi menunjukkan medan efektif senilai 0,267 T pada arus 25 A. Selanjutnya dilakukan simulasi lintasan partikel menggunakan CST Particle Studio dengan metode Leapfrog, menghasilkan sudut defleksi sebesar 15,86° dan 15,98° untuk lintasan sepanjang 0,68 m dan 0,86 m. Sebagai pembandingan, metode Runge-Kutta orde 4 (RK4) menghasilkan defleksi 14,99° dan 15,00° pada kondisi medan yang sama. Hasil ini menunjukkan bahwa desain yang dibuat mampu mengarahkan partikel sesuai target secara efektif.

Kata Kunci: Switching magnet, Defleksi berkas proton, Metode Elemen Hingga (FEM), Integrasi Leapfrog, Metode Runge-Kutta orde 4

Abstract. The *switching magnet* is a key component in the accelerator *beamline* system, functioning to divert the particle beam trajectory toward different targets at a specified deflection angle. Its operation relies on the interaction between a static magnetic field and the momentum of charged particles, allowing for precise beam steering. This study aims to design a *switching magnet* for the DECY-13 cyclotron *beamline* at PRTA-BRIN, specified for 13 MeV protons and a target deflection angle of 15°. The initial design adapts the magnet geometry from the CS-30 cyclotron, which operates at 26 MeV, thus requiring adjustments in coil current configuration to match the DECY-13 system. Magnetic field distribution simulations were

carried out using CST EM Studio, based on the Finite Element Method (FEM), to determine the required magnetic field characteristics. Theoretical calculations indicated that an effective magnetic field of 0.265 T is required to achieve a 15° deflection, while simulation results showed an effective field of 0.267 T at 25 A. Particle trajectory simulations were performed using CST Particle Studio with the Leapfrog method, resulting in deflection angles of 15.86° and 15.98° for beam paths of 0.68 m and 0.86 m, respectively. For comparison, the 4th-order Runge-Kutta (RK4) method yielded deflections of 14.99° and 15.00° under the same magnetic field conditions. These results demonstrate that the designed system effectively guides particles toward the intended target.

Keywords: Switching magnet, Proton beam deflection, Finite Element Method (FEM), Leapfrog integration, 4th-order Runge-Kutta

1. Pendahuluan

Akselerator partikel adalah perangkat teknologi yang digunakan untuk mempercepat partikel bermuatan hingga mencapai energi tinggi dengan cara memanfaatkan medan listrik dan medan magnet. Teknologi ini memiliki peran penting dalam berbagai bidang, mulai dari penelitian fisika dasar, produksi radioisotop untuk kedokteran nuklir, hingga aplikasi industri seperti sterilisasi dan analisis material [1]. Salah satu jenis akselerator yang umum digunakan adalah siklotron, yaitu akselerator tipe melingkar (siklik) yang mampu mempercepat partikel dalam lintasan spiral menggunakan medan magnet dan medan listrik frekuensi radio [2].

Pemanfaatan akselerator partikel di Indonesia telah dimulai sejak berdirinya Badan Tenaga Nuklir Nasional (BATAN) pada tahun 1964 yang sejak 2021 telah bergabung menjadi Badan Riset dan Inovasi Nasional (BRIN) [3]. Salah satu akselerator yang telah lama beroperasi adalah siklotron CS-30, yang mulai digunakan sejak tahun 1990 dan kini berada di bawah pengelolaan Pusat Teknologi Radioisotop dan Radiofarmaka (PTRR) [4]. Siklotron ini mampu mempercepat proton hingga energi 26,5 MeV dan digunakan untuk produksi radionuklida medis seperti F-18 dan Cu-64, serta berbagai aplikasi penelitian dan industri.

Sebagai langkah lanjutan dalam pengembangan teknologi akselerator nasional, Badan Riset dan Inovasi Nasional (BRIN) telah merancang sebuah akselerator eksperimental bernama DECY-13 (*Development of Experimental Cyclotron in Yogyakarta*) dengan energi proton sebesar 13 MeV [5]. Salah satu komponen penting dalam sistem pendukung akselerator ini adalah *switching magnet*, yaitu elemen elektromagnetik yang berfungsi membelokkan lintasan partikel bermuatan menuju target tertentu setelah mengalami peningkatan energi, sesuai arah yang diinginkan. *Switching magnet* memiliki peran krusial dalam sistem *beamline*, karena menentukan arah dan efisiensi transmisi partikel dari akselerator ke target.

Untuk mendukung pengembangan desain sistem *beamline* DECY-13, penelitian ini mengevaluasi kemungkinan adaptasi *switching magnet* dari sistem CS-30 ke dalam sistem *beamline* DECY-13. Simulasi dilakukan dengan menggunakan perangkat lunak CST Studio Suite, meliputi simulasi medan magnet statik dan pelacakan lintasan partikel. Validasi tambahan dilakukan melalui pendekatan numerik menggunakan metode Runge-Kutta orde keempat (RK4). Hasil evaluasi ini diharapkan menjadi dasar pertimbangan teknis apakah komponen tersebut dapat digunakan secara langsung atau perlu disesuaikan ulang untuk mencapai performa sistem yang optimal.

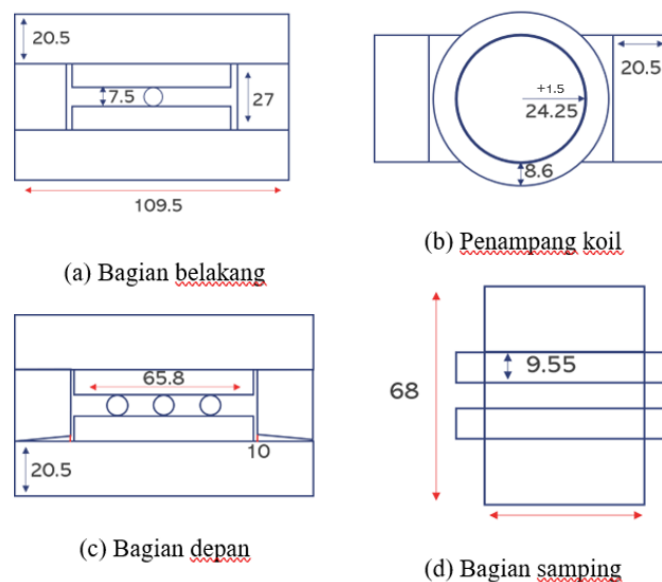
2. Metode Penelitian

Desain awal *switching magnet* dalam penelitian ini mengadaptasi spesifikasi dari sistem siklotron CS-30 yang telah beroperasi sejak tahun 1990. Tabel berikut merangkum parameter-parameter utama yang digunakan sebagai dasar permodelan dan simulasi, termasuk energi partikel, dimensi magnet, serta karakteristik koil.

Tabel 1. Parameter *Switching magnet* CS-30 dan DECY-13

Parameter	Nilai
Jenis partikel	Proton
Energi partikel CS-30	26 MeV
Energi partikel DECY-13	13 MeV
Muatan proton (q)	$1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Massa proton (m)	$1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Sudut defleksi CS-30	15°
Sudut defleksi DECY-13	15°
Arus (CS-30)	35 A
Jumlah lilitan	640 (320/koil)
Panjang magnet (ℓ)	0.515 m
Jarak celah magnet	7.5 cm
Bahan magnet	Steel-1010
Bahan koil	Tembaga (Copper)

Berdasarkan data tersebut, *switching magnet* dirancang dalam simulasi dengan mempertimbangkan geometri aktual dari sistem CS-30, sebagaimana ditunjukkan dalam Gambar 1.



Gambar 1. Dimensi geometris *switching magnet* (sumber: model CS-30)

Selanjutnya, langkah penelitian dimulai dengan perhitungan besar medan magnet yang dibutuhkan secara teoritis. Besaran medan ini ditentukan berdasarkan hubungan antara Gaya Lorentz dan lintasan lengkung partikel bermuatan [6]. Dalam kondisi hanya terdapat medan magnet (tanpa medan listrik), proton mengalami gaya sentripetal akibat interaksi medan magnet sebagai berikut.

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v}\mathbf{B} = \frac{mv}{r} \rightarrow r = \frac{mv}{qB} \quad (1)$$

Jika proton menempuh lintasan melengkung dari lebar konduktor sepanjang ℓ , maka sudut pembelokan θ dalam radian dapat dihitung dengan:

$$\theta = \frac{\ell}{r} = \frac{qB}{mv} \rightarrow r = \frac{mv}{qB} \quad (2)$$

Persamaan (2) kemudian diubah untuk menentukan medan magnet teoritis yang dibutuhkan untuk mencapai sudut defleksi tertentu:

$$\mathbf{B} = \frac{\theta mv}{q\ell} \quad (3)$$

Kecepatan v diperoleh dari energi kinetik partikel [17]. Untuk proton 13 MeV, efek relativistik mulai muncul sehingga digunakan persamaan:

$$E = \gamma mc^2 - mc^2 = (\gamma - 1)mc^2 \rightarrow \gamma = 1 + \frac{E}{mc^2} \quad (4)$$

Dengan kecepatan dihitung dari:

$$v = c \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} \quad (5)$$

Setelah nilai B diperoleh, tahap selanjutnya adalah simulasi medan magnet 3D pada geometri *switching magnet* menggunakan CST EM Studio. Perangkat lunak ini menyelesaikan distribusi medan menggunakan pendekatan *Finite Element Method (FEM)* berbasis persamaan Maxwell [8]. Dalam kondisi magnetostatik (medan tidak berubah terhadap waktu), bentuk persamaan yang digunakan adalah hukum Ampère dalam bentuk vektor potensial:

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) = \mathbf{J} \quad (6)$$

Dimana $\mathbf{A}$ adalah potensial vektor magnetik, μ adalah permeabilitas magnetik bahan, dan $\mathbf{J}$ adalah kerapatan arus dari kumparan.

Besarnya nilai kerapatan arus dipengaruhi oleh input jumlah lilitan koil (N) dan besarnya arus (I). Sehingga untuk mencari besarnya arus yang digunakan diperoleh dari persamaan:

$$I = \frac{BG}{\mu_0 N} \quad (7)$$

Nilai arus yang digunakan pada simulasi ditentukan dari besar medan magnet yang diperlukan untuk mendapatkan sudut defleksi yang diinginkan, dengan konfigurasi kumparan yang sudah ada pada magnet *beamline*. Melalui persamaan diatas, didapatkan nilai parameter untuk pembuatan switching magnet DECY-13 untuk simulasi:

Tabel 2. Hasil perhitungan parameter medan magnet efektif dan arus untuk *switching magnet* DECY-13

Parameter	Nilai
Medan magnet efektif (B)	0,256 Tesla
Arus pada koil (I)	25 Ampere
Kecepatan Partikel	$4,94 \times 10^7 \text{ m/s}$

Untuk menyelesaikan persamaan medan magnet dalam domain simulasi, digunakan pendekatan metode elemen hingga (Finite Element Method) yang diformulasikan dalam bentuk lemah menggunakan metode Galerkin (Galerkin weak form). Pendekatan ini memungkinkan penyelesaian numerik terhadap persamaan diferensial parsial berbasis hukum Ampère dan vektor potensial magnetik secara stabil dan akurat pada geometri kompleks.

Setelah distribusi $\mathbf{A}$ diperoleh, medan magnet dihitung melalui:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (8)$$

Distribusi medan $\mathbf{B}$ yang dihasilkan yang dihasilkan dari simulasi kemudian digunakan sebagai input dalam simulasi lintasan partikel pada CST Particle Studio, yang menyelesaikan persamaan gerak menggunakan metode Leapfrog [9]. Pada pendekatan ini, perubahan momentum partikel akibat Gaya Lorentz diberikan oleh:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (9)$$

Dan hubungan antara momentum relativistik dengan kecepatan adalah:

$$\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v}, \text{ dengan } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad (10)$$

Selain momentum, posisi partikel berubah sesuai:

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v} \quad (11)$$

Leapfrog menghitung posisi dan momentum pada waktu yang berbeda setengah langkah, sehingga menjaga kestabilan energi sistem. Namun, karena metode ini bersifat internal dalam CST, dilakukan verifikasi eksternal dengan pendekatan eksplisit menggunakan Runge-Kutta Orde 4 (RK4) [10][11].

Dalam pendekatan RK4, keadaan partikel dituliskan sebagai vector $\mathbf{y}(t) = [\mathbf{r}(t)\mathbf{p}(t)]$, dan diselesaikan secara iteratif melalui empat tahapan:

$$\mathbf{k}_1 = h\mathbf{F}(\mathbf{y}_n, t_n) \quad (12)$$

$$\mathbf{k}_2 = h\mathbf{F}\left(\mathbf{y}_n + \frac{\mathbf{k}_1}{2}, t_n + \frac{h}{2}\right) \quad (13)$$

$$\mathbf{k}_3 = h\mathbf{F}\left(\mathbf{y}_n + \frac{\mathbf{k}_2}{2}, t_n + \frac{h}{2}\right) \quad (14)$$

$$\mathbf{k}_4 = h\mathbf{F}(\mathbf{y}_n + \mathbf{k}_3, t_n + h) \quad (15)$$

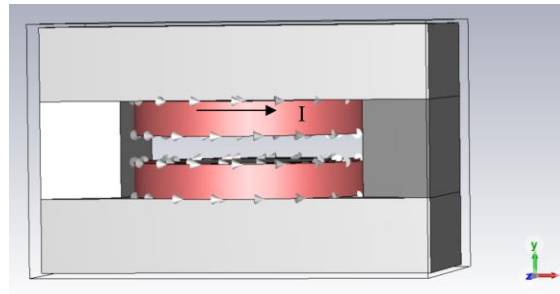
Kemudian keadaan selanjutnya dihitung dengan:

$$\mathbf{y}_{n+1} = \mathbf{y}_n + \frac{1}{6}(\mathbf{k}_1 + 2\mathbf{k}_2 + 2\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4) \quad (16)$$

Fungsi F terdiri dari kombinasi persamaan (9) dan (11), yaitu perubahan posisi dan momentum yang bergantung pada kecepatan serta medan magnet B dari hasil simulasi CST. Hasil lintasan partikel dari CST dan RK4 kemudian dibandingkan secara kuantitatif untuk mengevaluasi sudut defleksi dan stabilitas berkas.

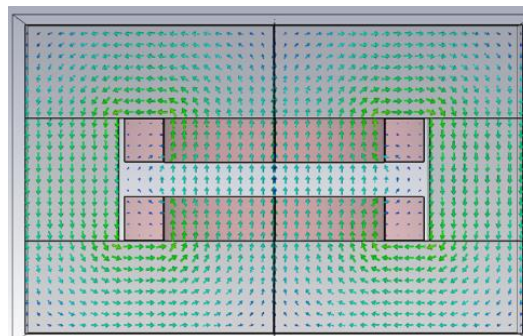
3. Hasil dan Pembahasan

Switching magnet yang dimodelkan dalam simulasi menghasilkan medan magnet akibat arus listrik yang mengalir dalam arah negatif sumbu x , atau disebut juga orientasi arus sepanjang $-x$.



Gambar 2. Arah arus dalam kumparan magnet.

Sesuai dengan kaidah tangan kanan, arah arus ini akan menghasilkan medan magnet yang mengarah ke sumbu- y positif ($+y$) di dalam celah (*gap*) magnet.



Gambar 3. Arah medan magnet

Ketika partikel bermuatan positif seperti proton ditembakkan ke dalam medan magnet dalam arah gerah sumbu $+z$, partikel akan mengalami Gaya Lorentz yang timbul dari interaksi anatar kecepatan partikel dan medan magnet. Gaya Lorentz dapat dijabarkan secara vector sebagai berikut:

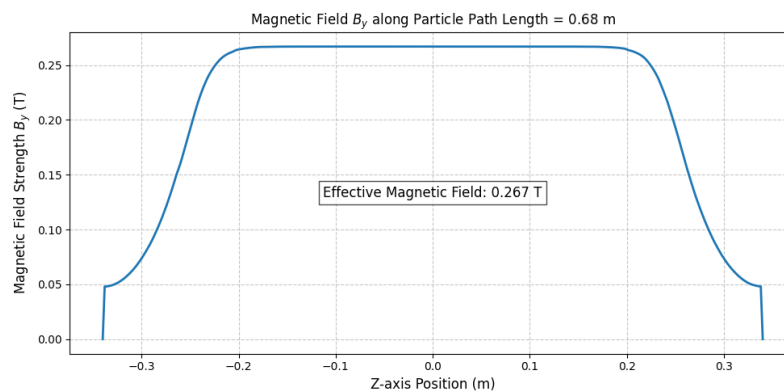
$$\vec{F} = q\vec{v}_z \times \vec{B}_y \quad (17)$$

$$\vec{F} = q(v_z \hat{z}) \times (B_y \hat{y}) \quad (18)$$

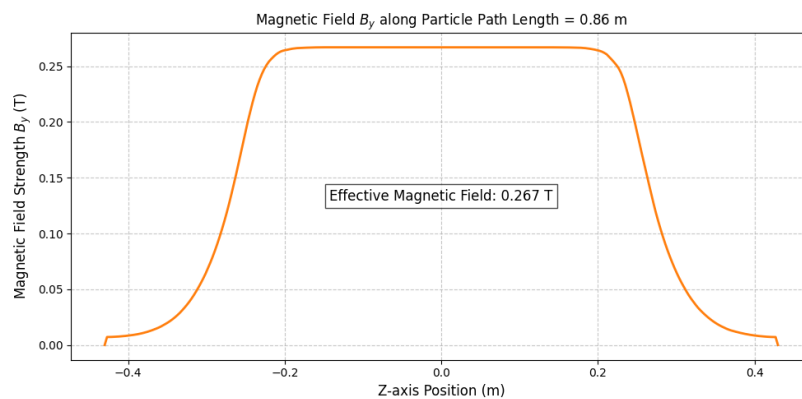
$$\vec{F} = -qv_z B_y \hat{x} \quad (19)$$

Artinya, gaya yang dialami partikel memiliki arah ke sumbu ($-x$). Gaya ini menyebabkan partikel yang semula bergerak lurus sepanjang sumbu z mengalami pembelokan ke arah $-x$. Ini merupakan karakteristik klasik dari gerak partikel bermuatan dalam medan magnet yang tegak lurus terhadap arah geraknya.

Medan magnet B_y yang dihasilkan oleh *switching magnet* merupakan hasil dari arus listrik yang mengalir melalui lilitan kumparan, sesuai dengan hukum Ampère. Apabila arus mengalir secara seragam dan bentuk magnet simetris, maka medan magnet akan terdistribusi secara dominan di sepanjang celah antara dua kutub magnet. Pada bagian tengah celah magnet, medan magnet B_y cenderung mencapai nilai maksimum dan bersifat relatif seragam [12]. Hal ini disebabkan oleh konsentrasi garis-garis gaya magnet yang mengalir secara tegak lurus dari satu kutub ke kutub lainnya. Daerah ini disebut sebagai daerah homogen, di mana pengaruh batas geometri (*edge effects*) sangat kecil. Namun, mendekati tepi celah magnet atau daerah *fringe*, garis-garis medan magnet mulai menyebar ke luar dari batas fisik magnet. Fenomena ini dikenal sebagai efek *fringing*, yang menyebabkan medan magnet secara bertahap menurun dan mendekati nol di luar pusat celah. Medan magnet yang dihasilkan oleh *switching magnet* dianalisis pada dua konfigurasi lintasan, yaitu 0,68 m dan 0,86 m.



Gambar 4. Distribusi medan magnet $B_y - Z$ untuk panjang lintasan partikel 0,68 meter



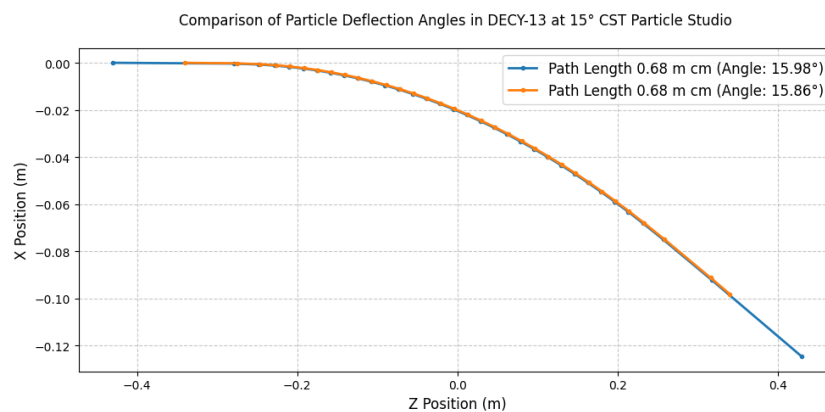
Gambar 5. Distribusi medan magnet $B_y - Z$ untuk panjang lintasan partikel 0,86 meter

Hasil distribusi medan magnet pada 2 variasi kondisi lintasan partikel menunjukkan bahwa medan magnet efektif yang didapat senilai 0,267 Tesla. Sementara pada bagian *fringe field* panjang lintasan 0.86 meter memiliki efek penurunan medan magnet yang lebih mendekati 0 dibanding dengan panjang lintasan 0.68 meter.

Medan magnet B_y yang hampir seragam di bagian tengah celah magnet akan menghasilkan Gaya Lorentz yang konstan terhadap partikel bermuatan yang bergerak sepanjang sumbu-z. Gaya ini menyebabkan perubahan arah gerak partikel dari lintasan awalnya, yaitu timbulnya komponen kecepatan tambahan ke arah sumbu-x negatif.

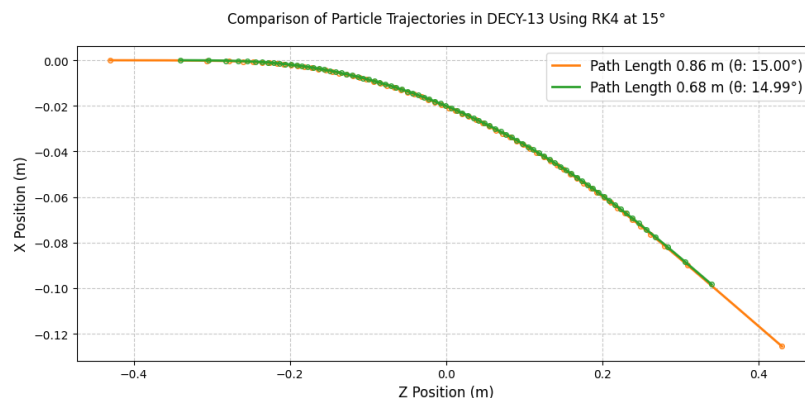
Dengan demikian, partikel yang semula hanya memiliki kecepatan pada arah z (v_z) akan mengalami penambahan kecepatan pada arah x negative ($-v_x$).

Selanjutnya untuk simulasi lintasan proton menggunakan modul CST Particle Studio dengan algoritma Leapfrog menunjukkan bahwa pada lintasan 0,68 m, partikel mencapai sudut defleksi 15.86° , sedangkan pada lintasan 0,86 m, partikel mengalami peningkatan defleksi menjadi 15.98° . Peningkatan sudut ini menunjukkan bahwa medan tepi memperpanjang interaksi partikel dengan medan magnet efektif, sehingga menghasilkan tambahan Gaya Lorentz residu saat partikel keluar dari magnet. Namun demikian, deviasi sudut yang dihasilkan masih berada dalam toleransi desain switching magnet dan tidak mengganggu fungsi pembelokan berkas menuju jalur target yang diinginkan.



Gambar 6. Simulasi lintasan partikel dengan menggunakan CST Particle Studio

Untuk memverifikasi hasil CST, dilakukan simulasi menggunakan metode Runge-Kutta Orde 4 (RK4) dalam Python. Perhitungan dilakukan menggunakan profil $B_y(z)$ dari CST sebagai input medan.



Gambar 7. Simulasi lintasan partikel dengan menggunakan Metode Runge Kutta Orde 4

Hasil simulasi menggunakan metode RK4 menunjukkan bahwa pada lintasan sepanjang 0,68 m, partikel mengalami sudut defleksi sebesar 14.99° , sedangkan pada lintasan 0,86 m, sudut defleksi meningkat menjadi 15.00° . Meskipun demikian, kedua metode menunjukkan konsistensi dalam tren hasil dan sama-sama menghasilkan sudut defleksi yang mendekati nilai desain 15° , sehingga hasil simulasi dapat dianggap valid dan akurat untuk analisis performa switching magnet.

Perbedaan ini terutama disebabkan oleh pendekatan numerik dan representasi medan magnet yang digunakan. Simulasi CST menghitung lintasan partikel secara *self-consistent* dalam medan elektromagnetik tiga dimensi, termasuk kontribusi fringe field secara penuh, sementara simulasi RK4 menggunakan profil medan satu dimensi $B_y(z)$ hasil ekstraksi dari CST, sehingga efek medan transversal dan variasi spasial lateral tidak sepenuhnya terakomodasi.

4. Kesimpulan

Switching magnet untuk *beamline* DECY-13 telah berhasil dirancang dengan parameter yang optimal untuk membelokkan proton berenergi 13 MeV. Berdasarkan perhitungan teoritis, medan magnet sebesar 0,265 T dibutuhkan untuk mencapai sudut defleksi 15° , dan hasil simulasi menggunakan CST EM Studio menunjukkan medan efektif sebesar 0,267 T pada arus 25 A. Medan ini dapat dihasilkan menggunakan dua kumparan, masing-masing dengan 320 lilitan dan luas penampang $82,13 \text{ cm}^2$. Simulasi lintasan partikel menggunakan CST Particle Studio, yang menerapkan metode Leapfrog, menunjukkan bahwa efek *fringe field* memengaruhi sudut defleksi, terutama ketika panjang lintasan magnet diperbesar. Pada panjang lintasan 0,68 m dan 0,86 m, sudut defleksi yang diperoleh masing-masing adalah $15,86^\circ$ dan $15,98^\circ$. Sebagai pembandingan, simulasi menggunakan metode Runge-Kutta orde-4 (RK4) dengan interpolasi data medan magnet menghasilkan sudut defleksi yang lebih konstan, yaitu $14,99^\circ$ dan $15,00^\circ$. Perbedaan ini menunjukkan pentingnya mempertimbangkan efek *fringe field* dalam simulasi medan untuk memperoleh hasil yang lebih realistis. Secara keseluruhan, desain *switching magnet* yang dibuat telah berhasil mengarahkan partikel sesuai dengan target defleksi yang diinginkan.

Ucapan terima kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Departemen Fisika Universitas Padjadjaran dan Pusat Riset Teknologi Akselerator (PRTA-BRIN) atas dukungan teknis, penyediaan fasilitas, serta bantuan pendanaan yang memungkinkan terlaksananya penelitian ini dengan baik.

Daftar Pustaka

1. Wilson, E. (2001). *An Introduction to Particle Accelerators*. Oxford University Press. <https://doi.org/10.1093/acprof:oso/9780198508298.001.0001>
2. Zarembo, Simon & Kleven, Wiel. (2018). *Cyclotrons: Magnetic Design and Beam Dynamics*. <https://doi.org/10.23730/CYRSP-2017-001.177>
3. Djalois, A., & Sudjatmoko. (1998). Activities on the Development and Application of Particle Accelerators in Indonesia. *Proceedings of the 1998 Asian Particle Accelerator Conference (APAC98)*. Retrieved from <https://accelconf.web.cern.ch/a98/APAC98/4a003.pdf>
4. Kambali, I., Suryanto, H., & Parwanto. (2016). Identification and Angular Distribution of Residual Radionuclides Detected on the Wall of BATAN's Cyclotron Cave. *Atom Indonesia*, 42(1), 1–8. <https://doi.org/10.17146/aij.2016.471>
5. Silakhuudin, Silakhuudin & Santosa, S. (2012). Conceptual Design Study of 13 MeV Proton Cyclotron. *Atom Indonesia*, 38, 7. <https://doi.org/10.17146/aij.2012.135>
6. Setiadi, B. (2018). *Pemodelan Sintetik Data Time-Domain Electromagnetic (TDEM) 3D untuk Model Berlapis Homogen Isotropis*. ResearchGate. <https://www.researchgate.net/publication/322852479>

7. Serway, R. A., & Jewett, J. W. (2018). *Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics* (10th ed.). Cengage Learning.
8. Dassault Systèmes. (2023). *CST Studio Suite – Low Frequency Simulation* [Software Manual]. Dassault Systèmes SIMULIA Corp.
9. Dassault Systèmes. (2023). *CST Studio Suite – Charged Particle Simulation* [Software Manual]. Dassault Systèmes SIMULIA Corp.
10. Umeda, T., & Ozaki, R. (2023). Advanced Numerical Techniques for Time Integration of Relativistic Equations of Motion for Charged Particles. *Earth, Planets and Space*, 75, Article 157. <https://doi.org/10.1186/s40623-023-01902-8>
11. Joy, K. (1999, Februari). Numerical Methods for Particle Tracking in Vector Fields [Visualization notes, Visualization Research Laboratory, University of California, Davis]. <https://web.cs.ucdavis.edu/~ma/ECS177/papers/particle%20tracing.pdf>
12. Li, Shisong, Yuan, Jiansheng, Zhao, Wei, & Huang, Songling. (2015). Field Representation of a Watt Balance Magnet by Partial Profile Measurements. *Metrologia*, 52. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/52/4/445>