

Pemodelan Asuransi Pandemi Berdasarkan Model *Multiple State* SI2RD Model: Studi Kasus Penyebaran COVID-19 di Indonesia

KEVIN YAPTA WINATRA, MOCH. TAUFIK HAKIKI, ULIL AZMI

Departemen Aktuaria, Institut Teknologi Sepuluh Nopember,
Jl. Teknik Mesin No.1, Keputih, Kec. Sukolilo, Surabaya, Jawa Timur 60117

Email: kevin.wintra@gmail.com

Abstrak

Pandemi COVID-19 telah memberikan dampak banyak dampak buruk, di antaranya penurunan ekonomi dan pemutusan hubungan kerja bagi sebagian masyarakat. Asuransi yang dapat memberikan perlindungan dari dampak buruk tersebut menjadi salah satu solusi untuk membantu masyarakat bertahan dalam kondisi pandemi. Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan suatu produk asuransi pandemi berdasarkan model *multiple state* SI2RD. Model ini memodifikasi model kompartemen SIRD deterministik ke dalam bentuk rantai Markov waktu kontinu yang memiliki lima keadaan, dengan keadaan infeksi dipecah menjadi dua keadaan berdasarkan keparahan. Laju transisi dalam model ini diasumsikan konstan dan diestimasi menggunakan data penyebaran penyakit COVID-19 di Indonesia. Selanjutnya, artikel ini mengilustrasikan pengembangan produk asuransi pandemi yang inovatif. Keuntungan model ini terletak pada kemudahan dalam memformulasikan premi beserta cadangan manfaatnya. Selain itu, model ini juga memberikan keleluasaan bagi perusahaan asuransi dalam menentukan besar perlindungan finansial yang cocok kepada setiap pemegang polis berdasarkan tingkat keparahan penyakit.

Kata kunci: Asuransi pandemi, COVID-19, model *multiple state*, rantai Markov.

Abstract

The COVID-19 pandemic has had many adverse effects, including economic decline and layoffs for some communities. Insurance that can provide protection from these adverse impacts is one solution to help people survive in pandemic conditions. This research aims to develop a pandemic insurance product based on the model multiple state SI2RD model. This model modifies the deterministic SIRD compartment model into a continuous time Markov chain that has five states, with the infection state splitted into two states based on severity. The transition rate in this model is assumed to be constant and is estimated using data on the spread of COVID-19 disease in Indonesia. Furthermore, this article illustrates the development of an innovative pandemic insurance product. The advantage of this model lies in the ease of formulating premiums and benefit reserves. In addition, this model also provides flexibility for insurance companies in determining the amount of financial protection that is suitable for each policyholder based on the severity of the disease.

Keywords: COVID-19, Markov chain, multiple state model, pandemic insurance.

1. PENDAHULUAN

Penyakit COVID-19 adalah penyakit menular yang disebabkan oleh virus SARS-CoV-2. Penyakit ini sangat mudah menular dan diputuskan menjadi pandemi secara global oleh WHO pada tahun 2020. Hampir setiap negara menghentikan atau mengurangi secara masif mobilitas masyarakat supaya tingkat penyebaran dan tingkat kematian dapat berkurang. Kebijakan tersebut memberikan dampak terhadap banyak aspek kehidupan, seperti ekonomi global, pendidikan, pekerjaan, pariwisata, gaya hidup, dan kesehatan mental [1]. Dengan permasalahan tersebut, kita perlu mengembangkan metode matematika untuk menggambarkan perilaku penyebaran penyakit dengan dukungan oleh pendapat berbagai ahli terkait kesehatan.

Pemodelan matematika tentang epidemi telah dikembangkan sejak awal dekade ke-20 oleh Kermack dan Mckendrick [2]. Model ini dikenal sebagai model kompartemen *Susceptible-Infected-Removed* (SIR). Dalam model ini, populasi dibagi menjadi tiga kelompok: populasi *susceptible* (S), yaitu yang belum terinfeksi, tetapi berisiko terinfeksi, populasi *infected* atau terinfeksi penyakit (I), dan populasi *removed* (R), yaitu keluar dari infeksi. Model kompartemen biasanya didefinisikan oleh parameter transmisi dan sistem persamaan diferensial yang kemudian digunakan untuk melihat evolusi infeksi penyakit dalam populasi setiap waktu. Parameter ini dikalibrasi berdasarkan data riil mengenai penyebaran penyakit sehingga solusi dari model mendekati data aktual. Selain itu, model kompartemen juga biasa digunakan untuk menghitung *basic reproduction number*, dinotasikan oleh R_0 , untuk melihat apakah penyebaran penyakit masih bisa menyebar dalam rentang waktu tertentu [3]. Zhao, dkk [4] memberikan estimasi nilai R_0 dari penyebaran penyakit COVID-19 berdasarkan data kasus infeksi awal.

Dalam perkembangan pemodelan epidemi, berbagai model kompartemen telah dipelajari untuk berbagai kasus penyebaran penyakit, termasuk penyakit COVID-19. Bastos dan Cajueiro [5] menganalisis penyebaran COVID-19 dengan model SIRD, yang memecah populasi di kompartemen *removed* dari SIR menjadi *recovered* (R), yaitu bagian dari populasi yang sembuh dan *death* (D), yaitu populasi yang meninggal akibat penyakit. Guerra dkk. [6], menganalisis evolusi COVID-19 dengan model SVIRD, yaitu menambahkan kompartemen *vaccinated* ke dalam model SIRD. Alfarezi dkk. [7] meninjau model penyebaran COVID-19 yang memperhatikan efek vaksinasi dan karantina. Fauziah dkk. [8] meninjau pengaruh isolasi mandiri, sebagai tambahan terhadap keadaan vaksinasi dan karantina. Selain itu, beberapa penelitian mengembangkan model kompartemen untuk COVID-19 yang memecah keadaan infeksi menjadi beberapa subkeadaan berdasarkan tingkat keparahan infeksi (lihat Wood dkk. [9], Zhai dkk. [10] dkk., dan Hill dkk. [11]). Berbagai model kompartemen lainnya dapat dilihat di [3], dan referensi-referensi lain di dalamnya.

Di [12], Zuhairoh dkk. mengestimasi nilai R_0 dari penyebaran COVID-19 di Indonesia menggunakan model alternatif yang dimodifikasi dari model kompartemen, yakni model *multiple state* SIRD. Dalam model ini, tiap kompartemen berubah menjadi status atau keadaan individu terhadap penyakit, dan perpindahan individu dari satu keadaan ke keadaan lainnya diasumsikan mengikuti proses stokastik yang dinyatakan oleh laju transisi. Sejauh pencarian kami, penggunaan model *multiple state* dalam epidemi belum banyak dilakukan, beberapa penulis yang kami temukan di antaranya Zuhairoh dkk. [13], Zuhairoh dkk. [14], Gaidai dkk. [15]. Berdasarkan metode yang dilakukan oleh Zuhairoh dkk. [12], artikel ini bertujuan untuk memodelkan transisi individu dalam penyakit COVID-19 dengan model *multiple state* SI2RD. Dalam model ini keadaan infeksi dipecah menjadi dua subkeadaan, yakni infeksi ringan dan infeksi berat. Karena tingkat keparahan infeksi yang berbeda membutuhkan perawatan medis yang juga berbeda, model ini dapat membantu perusahaan asuransi dalam menyiapkan perlindungan finansial yang berbeda sesuai tingkatan keparahan infeksi. Untuk laju transisi dalam model ini akan diestimasi berdasarkan data penyebaran COVID-19 di Indonesia dengan beberapa asumsi mengenai perpindahan individu dan karakteristik penyakit.

Selain melakukan formulasi dan perhitungan transisi individu dengan model yang disebutkan sebelumnya, dalam artikel ini, kami juga menerapkan hasil pemodelannya untuk mengilustrasikan pengembangan produk asuransi pandemi. Kaitan antara analisis aktuaria dan

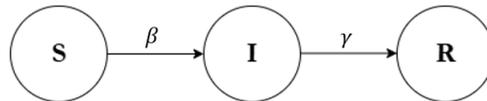
pemodelan epidemi telah dilakukan oleh Feng dan Garrido [16] dengan menerapkan model kompartemen SIR deterministik untuk mengilustrasikan perhitungan premi dan valuasi asuransi pandemi. Guerra [6] juga membahas perhitungan premi dan valuasi asuransi berdasarkan model kompartemen SVIRD. Karena pemodelan transisi individu dinyatakan dalam model *multiple state*, formulasi premi dan valuasi asuransi pandemi yang dibahas dalam artikel ini juga berdasarkan pendekatan *multiple state*. Pendekatan ini digunakan karena kemudahan dalam melakukan formulasi dan perhitungan aktuarial. Selain itu, pendekatan ini juga masih sedikit ditemukan dalam literatur, maka artikel ini berkontribusi dalam penerapan model *multiple state* dalam pemodelan epidemi dan penerapannya di ilmu aktuarial.

2. METODE PENELITIAN

2.1. Model Kompartemen SIR dan SIRD. Dalam usaha memodelkan epidemi secara matematis, Kermack dan Mckendrick [2] memperkenalkan model SIR yang terdiri dari tiga kompartemen:

- (1) *Susceptible* atau rentan (S): Individu yang tidak memiliki kekebalan terhadap agen infeksi, sehingga mungkin terinfeksi jika terpapar.
- (2) *Infected* atau terinfeksi (I): Individu yang saat ini terinfeksi dan dapat menularkan infeksi kepada individu rentan yang lain.
- (3) *Removed* atau keluar (R): Individu yang keluar dari status terinfeksi dan tidak memengaruhi dinamika transmisi. Dalam kasus ini, model tidak membedakan individu yang keluar karena sembuh dari infeksi atau keluar karena meninggal akibat infeksi.

Misalkan untuk setiap satuan waktu t , populasi berukuran $N(t)$ terdiri dari populasi yang rentan, $S(t)$, terinfeksi, $I(t)$, dan keluar dari infeksi, $R(t)$. Lebih lanjut, misalkan β adalah parameter yang menyatakan rata-rata kontak per individu per waktu dan γ adalah parameter yang menyatakan proporsi individu yang keluar dari kompartemen terinfeksi per satuan waktu. Diasumsikan jumlah populasi selalu konstan, yakni $N(t) = N$, tidak ada kelahiran baru yang memasuki populasi, tidak ada yang keluar dari populasi selain akibat infeksi, dan β, γ konstan.



GAMBAR 1. Model dasar SIR

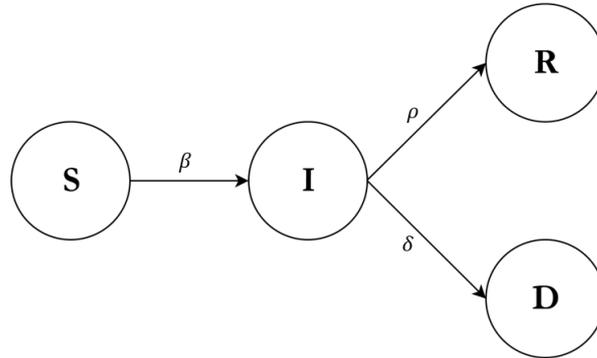
Gambar 1 memberikan gambaran perpindahan individu dalam model SIR. Dinamika dari epidemi dinyatakan dalam sistem persamaan diferensial berikut:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\frac{\beta SI}{N}, \\ \frac{dI}{dt} = \frac{\beta SI}{N} - \gamma I, \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I. \end{cases} \quad (1)$$

dengan nilai awal $S(0) = S_0$, $I(0) = I_0$, dan $R(0) = R_0$. Sistem persamaan diferensial di (1) dapat diselesaikan secara numerik untuk mendapatkan $S(t)$, $I(t)$, dan $R(t)$ setiap waktu t .

Jika kita ingin mendapatkan jumlah orang yang meninggal karena infeksi dan sembuh dari infeksi, maka kita dapat memecah populasi kompartemen *removed* dalam SIR menjadi dua, yakni *recovered* atau sembuh (R) dan *dead* atau meninggal (D). Model ini digambarkan di Gambar 2.

Sekarang, misalkan ρ adalah parameter laju proporsi individu yang sembuh dari status terinfeksi dan δ adalah parameter proporsi individu yang meninggal karena infeksi, maka kita punya sistem persamaan diferensial.

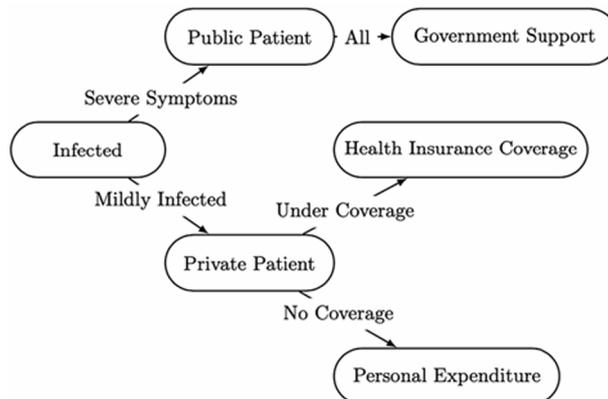


GAMBAR 2. Model dasar SIRD

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\frac{\beta SI}{N}, \\ \frac{dI}{dt} = \frac{\beta SI}{N} - \gamma I - \delta I, \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I, \\ \frac{dD}{dt} = \delta I. \end{cases} \quad (2)$$

Model ini dikenal sebagai model SIRD. Bastos dan Cajueiro [5] memodelkan dinamika penyebaran COVID-19 menggunakan (2) dengan parameter yang dikalibrasi dari data riil.

2.2. Asuransi Pandemi. Feng dan Garrido [16] membangun model asuransi terhadap pandemi yang penyebarannya dimodelkan oleh SIR. Ketiga kompartemen memiliki peran berbeda dalam model asuransi ini. Populasi yang rentan (kompartemen S) membentuk permintaan terhadap asuransi yang melindungi mereka ketika terkena infeksi semasa pandemi, kemudian mereka membayarkan premi ke perusahaan asuransi. Selama periode pandemi, para pemegang polis yang terinfeksi (kompartemen I) mendapat manfaat finansial untuk biaya rawat jalan di rumah sakit dan obat-obatan. Ketika pemegang polis meninggal akibat infeksi (kompartemen R), manfaat kematian, dan biaya tambahan dalam mengurus pemakaman dalam kondisi pandemi, dibayarkan kepada ahli waris yang ditunjuk oleh pemegang polis.



GAMBAR 3. Skema perlindungan finansial untuk pasien selama pandemi COVID-19 di Australia (Sumber: Zhai dkk. [10])

Contoh alur kebijakan yang dapat diterapkan oleh pemerintah dan perusahaan asuransi kesehatan dalam konteks pandemi COVID-19 dapat dilihat di Gambar 3. Ketika merebak pandemi COVID-19, pihak pemerintah bertanggung jawab untuk menanggung biaya perawatan pasien. Sebagai contoh, di Australia, penduduk yang terinfeksi akan dirawat di rumah sakit umum dan diperlakukan sebagai pasien umum dan semua biaya perawatan sepenuhnya ditanggung oleh pemerintah. Seseorang dapat memilih untuk dirawat sebagai pasien swasta dan memanfaatkan asuransi kesehatan swasta mereka untuk memperoleh perawatan rumah sakit yang lebih komprehensif terkait penyakit COVID-19. Selain itu, seiring dengan meningkatnya popularitas vaksinasi, beberapa perusahaan asuransi kesehatan juga menyediakan perlindungan untuk pengobatan terhadap reaksi merugikan yang jarang terjadi akibat vaksinasi COVID-19.

2.3. Proses Poisson. Proses stokastik $\mathcal{N} = \{N(t), t \geq 0\}$ disebut proses *counting* jika $N(t)$ menyatakan total banyak "peristiwa" yang terjadi hingga waktu t . Sebagai contoh, $N(t)$ menyatakan banyaknya orang yang terinfeksi penyakit saat atau sebelum waktu t ; peristiwa dalam contoh ini adalah seseorang memasuki keadaan terinfeksi penyakit. Definisi proses Poisson adalah sebagai berikut.

Definisi 2.1. (Ross [17]) *Proses mencacah (counting process) \mathcal{N} disebut proses Poisson dengan laju $\lambda > 0$ jika memenuhi:*

- (1) $N(0) = 0$.
- (2) Jumlah peristiwa yang terjadi pada interval waktu yang saling lepas bersifat independen (sifat inkremen independen).
- (3) Jumlah peristiwa pada interval dengan panjang t mengikuti distribusi Poisson dengan mean λt , yakni untuk semua $s, t \geq 0$,

$$\Pr[N(t+s) - N(s) = n] = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^n}{n!}. \quad (3)$$

Dalam proses Poisson, jika peubah acak T_n adalah lama waktu di antara peristiwa ke- $(n-1)$ dan peristiwa ke- n untuk $n \geq 1$, maka T_n , untuk $n = 1, 2, \dots$, berdistribusi eksponensial dengan mean $1/\lambda$ dan T_i dan T_j independen untuk $i \neq j$ [17].

2.4. Proses Markov dan Model *Multiple State*. Tinjau proses stokastik waktu kontinu $\mathcal{X} = \{X(t) : t \in \mathcal{T}\}$ dengan $\mathcal{T} = [0, \infty)$ dan ruang keadaan (*state space*) $\mathcal{S} = \{0, 1, 2, \dots\}$. Kita ingat kembali definisi proses Markov atau juga dikenal sebagai rantai Markov waktu kontinu berikut.

Definisi 2.2. [17] *Proses stokastik waktu kontinu \mathcal{X} disebut proses Markov jika untuk setiap $s, t \in \mathcal{T}$ dan $i, j, x(u) \in \mathcal{S}$,*

$$\Pr[X(t+s) = j \mid X(t) = i, X(u) = x(u), 0 \leq u < s] = \Pr[X(t+s) = j \mid X(s) = i]. \quad (4)$$

Lebih lanjut, jika proses Markov \mathcal{X} memenuhi

$$\Pr[X(t+s) = j \mid X(t) = i] = \Pr[X(s) = j \mid X(0) = i],$$

untuk setiap $s, t \geq 0$ dan $i, j \in \mathcal{S}$, maka \mathcal{X} dikatakan proses stokastik waktu homogen [17].

Dalam ilmu aktuaria, model *multiple state* adalah model yang populer dalam dunia asuransi untuk memodelkan perpindahan status individu, umumnya dalam konteks status individu dalam kontrak asuransi. Model ini sesungguhnya tidak berbeda dengan proses Markov. Semua konsep model *multiple state* dalam pembahasan ini bersumber dari Dickson dkk. [18]. Pembaca dapat merujuk ke referensi tersebut mengenai penerapan model *multiple state* dalam dunia asuransi. Untuk individu yang saat ini berusia x , kita tinjau proses stokastik waktu kontinu $\{Y(t) : t \geq 0\}$ dengan $Y(t) \in \{0, 1, 2, \dots, m\}$. Jadi, peubah acak $Y(t)$ menyatakan keadaan individu pada usia $x+t$, diketahui saat ini individu berusia x . Untuk pembahasan selanjutnya, kita berikan notasi aktuaria yang digunakan dalam model *multiple state* dan asumsi yang dipakai dalam model.

Definisi 2.3. Untuk setiap keadaan i dan j dan untuk $x, t \geq 0$, kita definisikan

$$\begin{aligned} {}_t p_x^{ij} &= \Pr[Y(x+t) = j \mid Y(x) = i], \\ {}_t \bar{p}_x^{ii} &= \Pr[Y(x+s) = i \text{ untuk setiap } s \in [0, t] \mid Y(x) = i]. \end{aligned} \tag{5}$$

Notasi ${}_t p_x^{ij}$ menyatakan peluang individu berada di keadaan j pada usia $x+t$, diketahui bahwa saat ini individu berusia x dan berada di keadaan i . Di lain pihak, ${}_t \bar{p}_x^{ii}$ merupakan peluang individu tetap berada di keadaan i dari usia x sampai $x+t$, diketahui bahwa saat ini individu berusia x dan berada di keadaan i . Secara umum, ${}_t p_x^{ii} \neq {}_t \bar{p}_x^{ii}$, tetapi kita punya ${}_t \bar{p}_x^{ii} \leq {}_t p_x^{ii}$.

Definisi 2.4. Untuk setiap keadaan i dan j dengan $i \neq j$ dan untuk $x \geq 0$, definisikan

$$\mu_x^{ij} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{{}_h p_x^{ij}}{h}. \tag{6}$$

Nilai μ_x^{ij} dinamakan laju transisi sesaat atau intensitas transisi, untuk individu yang saat ini berusia x , dari keadaan i ke keadaan j . Untuk nilai h yang sangat kecil, $h\mu_x^{ij}$ dapat diinterpretasikan sebagai peluang individu yang saat ini di keadaan i saat usia x berada di keadaan j saat usia $x+h$. Untuk setiap model *multiple state*, kita gunakan asumsi berikut:

- (1) Peubah acak $Y(t)$ merupakan rantai Markov.
- (2) Peluang terjadi dua atau lebih transisi pada interval waktu $[0, h]$ adalah $o(h)$. (Fungsi $f(x)$ adalah $o(g(x))$ untuk $x \rightarrow 0$ jika untuk sembarang $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta > 0$ sehingga $|f(x)| \leq \varepsilon g(x)$ ketika $|x| < \delta$.)
- (3) Fungsi ${}_t p_x^{ij}$ terturunkan terhadap t .

2.4.1. *Formula Peluang Transisi.* Diberikan model *multiple state* dengan $m+1$ keadaan, kita asumsikan bahwa laju transisi μ_x^{ij} diketahui. Rumus peluang ${}_t p_x^{ij}$ dan ${}_t \bar{p}_x^{ii}$ diberikan dalam teorema berikut.

Teorema 2.5. Untuk setiap keadaan $i \in \{0, 1, 2, \dots, m\}$ dan untuk setiap $x, t \geq 0$,

$${}_t \bar{p}_x^{ii} = \exp \left\{ - \int_0^t \sum_{j=0, j \neq i}^m \mu_{x+s}^{ij} ds \right\}. \tag{7}$$

Formula untuk ${}_t p_x^{ij}$ untuk setiap $i, j \in \{0, 1, 2, \dots, m\}$ diberikan oleh persamaan yang dikenal dengan nama persamaan maju Kolmogorov (*Kolmogorov forward equation*), yang diberikan dalam teorema berikut.

Teorema 2.6. Untuk setiap keadaan $i, j \in \{0, 1, 2, \dots, m\}$ dan untuk setiap $x, t \geq 0$,

$$\frac{d}{dt} {}_t p_x^{ij} = \sum_{k=0, k \neq j}^m \left({}_t p_x^{ik} \mu_{k+t}^{kj} - {}_t p_x^{ij} \mu_{x+t}^{jk} \right). \tag{8}$$

Dari Teorema 2.6, formula peluang perpindahan transisi dari i ke j diperoleh dengan menyelesaikan sistem persamaan diferensial terlebih dahulu. Dalam model yang kompleks, kita memerlukan teknik numerik untuk mendapatkan ${}_t p_x^{ij}$.

2.4.2. *Nilai Sekarang Pembayaran dan Anuitas Bergantung Keadaan.* Tinjau individu berusia x dalam model *multiple state*. Misalkan pembayaran sebesar 1 dilakukan di masa depan tepat saat individu bertransisi ke keadaan j dalam rentang n tahun, diketahui bahwa individu saat ini berusia x dan di keadaan i . Nilai sekarang aktuarial (*actuarial present value/APV*) dari pembayaran ini dinotasikan oleh $\bar{A}_{x:\overline{n}|}^{ij}$ didefinisikan oleh:

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|}^{ij} = \int_0^n \sum_{k=0, k \neq j}^m e^{-\delta t} {}_t p_x^{ik} \mu_{x+t}^{kj} dt \tag{9}$$

dengan δ adalah laju bunga (*force of interest*). Dalam model *multiple state*, manfaat bisa diberikan beberapa kali pada waktu berbeda, tergantung kepada keadaan individu pada setiap waktu.

Anuitas merupakan pembayaran yang dilakukan secara periodik. Banyak pembayaran bisa tergantung kepada masa hidup individu atau ditetapkan jumlah pembayarannya. Nilai sekarang aktuaria dari anuitas sebesar 1 pada awal tiap tahun selama individu berada di keadaan j dan maksimum n tahun diberikan oleh

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}^{ij} = \sum_0^{n-1} v^t {}_t p_x^{ij}. \quad (10)$$

2.5. Premi. Dalam menentukan premi suatu polis asuransi, prinsip yang umum digunakan adalah prinsip ekuivalensi. Prinsip ini mengatakan bahwa

$$\text{APV premi} = \text{APV manfaat} + \text{APV biaya}.$$

Premi yang didapat dari persamaan ini dinamakan premi kotor. Dalam kenyataannya, perusahaan asuransi memang perlu mengeluarkan biaya-biaya tertentu untuk menopang keberlangsungan polis. Jika APV biaya diabaikan, premi yang didapat disebut premi bersih.

Terdapat cara lain dalam menentukan premi kotor, yakni dengan menambahkan dari premi bersih π suatu faktor *loading* $\alpha > 0$. Premi kotor yang dihasilkan menjadi

$$P = (1 + \alpha)\pi. \quad (11)$$

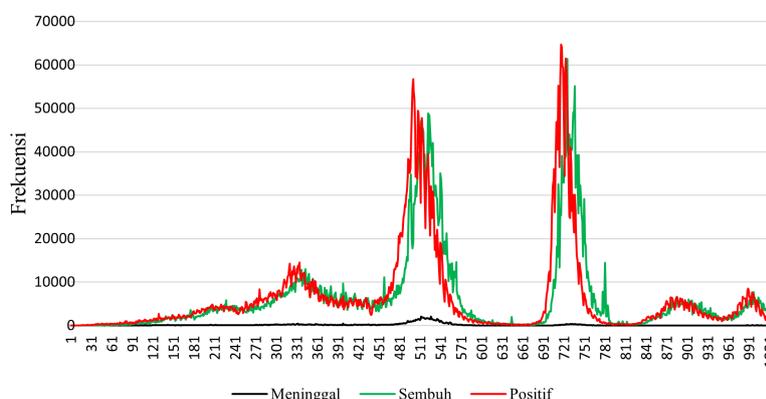
Penentuan premi kotor dengan cara ini berguna untuk mengantisipasi risiko klaim yang lebih tinggi dari ekspektasi [19].

2.6. Nilai Polis. Dalam model *multiple state*, nilai polis atau cadangan premi dihitung berdasarkan keadaan individu saat valuasi. Untuk itu, definisikan ${}_t V^{(j)}$ sebagai nilai polis pada waktu $t \geq 0$ jika individu berada di keadaan j pada waktu tersebut dengan asumsi polis masih aktif saat waktu t . Seperti halnya premi, nilai polis juga dibagi menjadi dua jenis, yaitu nilai polis bersih dan nilai polis kotor. Nilai polis bersih (kotor) dihitung secara prospektif dengan

$${}_t V^{(j)} = \text{EV}_t \text{ manfaat (manfaat dan biaya)} - \text{EV}_t \text{ premi}, \quad (12)$$

diketahui individu berada di keadaan j pada waktu t (EV_t suatu pembayaran menyatakan ekspektasi nilai pada waktu t dari pembayaran tersebut).

2.7. Data dan Tahapan Penelitian. Data yang digunakan berasal dari *Application Programming Interface (API) COVID-19 Indonesia* yang mencatat kasus harian dan kumulatif COVID-19 di Indonesia, dari tanggal 2 Maret 2020 sampai 25 Desember 2022 (1029 hari), mencakup jumlah individu yang terinfeksi, jumlah kematian, dan jumlah kesembuhan dari COVID-19. Data ini dapat divisualisasikan di Gambar 4.



GAMBAR 4. Data kasus harian COVID-19 di Indonesia

Pertama-tama, kita definisikan model *multiple state* SIRD dan model *multiple state* SI2RD yang digunakan untuk menganalisis perpindahan individu dalam penyebaran penyakit COVID-19. Perpindahan individu dalam model ini diasumsikan mengikuti proses Poisson dengan laju transisi konstan. Laju transisi diestimasi menggunakan metode *maximum likelihood estimation*. Setelah itu, dari model *multiple state* SI2RD yang terbentuk kita susun skema asuransi pandemi, seperti jenis-jenis manfaat yang diberikan Secara rinci, langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah:

- (1) Membentuk model *multiple state* SIRD untuk transisi individu dalam penyebaran COVID-19. Model ini terdiri dari empat keadaan (*state*). Laju transisi diasumsikan konstan.
- (2) Menetapkan model *multiple state* SI2RD untuk transisi individu dalam penyebaran COVID-19 beserta asumsi-asumsi yang digunakan. Model ini terdiri dari lima keadaan (*state*) dengan memecah keadaan infeksi di model *multiple state* SIRD sebelumnya. Sekali lagi, laju transisi diasumsikan konstan.
- (3) Melakukan *preprocessing* data kasus harian COVID-19. Dalam hal ini, kita mengubah kolom tanggal menjadi indeks t dengan $t = 0, 1, \dots, 1029$.
- (4) Mengestimasi laju transisi dalam model *multiple state* SIRD menggunakan metode *maximum likelihood estimation* dengan asumsi bahwa transisi individu mengikuti proses Poisson. Hasilnya digunakan untuk mengestimasi laju transisi model *multiple state* SI2RD.
- (5) Membuat skenario asuransi pandemi dengan polis yang ditetapkan untuk perhitungan premi dan cadangan premi. Ini digunakan sebagai ilustrasi penerapan model *multiple state* SI2RD. Tingkat bunga diasumsikan 6,25%.
- (6) Dari laju transisi yang didapat, kita hitung probabilitas transisi individu dalam model SI2RD menggunakan persamaan Kolmogorov.
- (7) Menghitung nilai sekarang aktuarial (APV) dari manfaat asuransi pandemi.
- (8) Menghitung premi dari asuransi pandemi berjangka 6 bulan untuk asuransi pandemi menggunakan prinsip ekuivalensi.
- (9) Menghitung cadangan manfaat untuk asuransi pandemi model SI2RD.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Model *Multiple State* SIRD dan SI2RD. Dalam penelitian ini, pertama kita mendefinisikan model *multiple state* SIRD untuk COVID-19. Dalam model ini, terdapat 4 keadaan (*state*) yang dinyatakan dalam Gambar 5. Kita misalkan $\{0, 1, 2, 3\}$ sebagai ruang keadaannya dan kita asumsikan laju transisi dalam model konstan. Laju transisi dalam model ini adalah $\nu_{01}, \nu_{12}, \nu_{13}$ dan kita tuliskan

$$\nu_x^{01} = \nu_{01}, \quad \nu_x^{12} = \nu_{12}, \quad \text{dan} \quad \nu_x^{13} = \nu_{13}.$$

Penjelasan tiap laju transisi tersebut adalah:

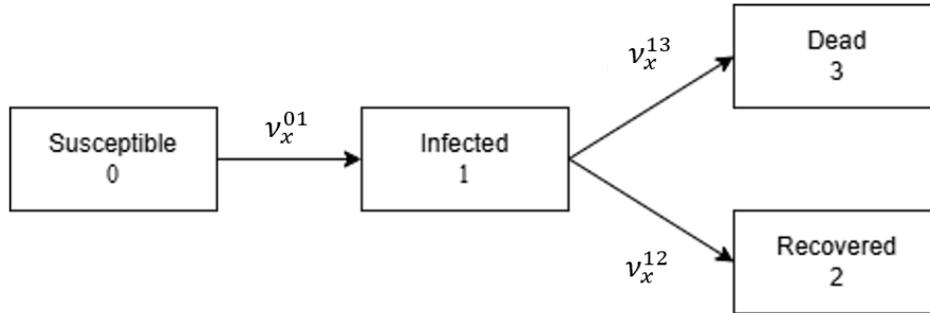
- Nilai ν_{01} menyatakan probabilitas sesaat untuk individu dari keadaan sehat dan belum terinfeksi berpindah ke keadaan terinfeksi COVID-19.
- Nilai ν_{12} menyatakan probabilitas sesaat untuk individu dari keadaan terinfeksi COVID-19 berpindah ke keadaan sembuh dan memiliki kekebalan dari infeksi COVID-19.
- Nilai ν_{13} menyatakan probabilitas sesaat untuk individu dari keadaan terinfeksi COVID-19 berpindah ke keadaan meninggal akibat infeksi.

Model SI2RD yang menjadi objek utama dalam penelitian ini terdiri dari 5 keadaan dengan ruang keadaan $\mathcal{S} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ yang diilustrasikan dalam Gambar 5. Model ini memecah kondisi terinfeksi (I) dalam model *multiple state* SIRD menjadi 2 subkondisi, yaitu infeksi ringan (I1) dan infeksi berat (I2), lihat Gambar 6. Sekali lagi, laju transisi diasumsikan konstan dan kita tuliskan

$$\mu_x^{01} = \mu_{01}, \quad \mu_x^{12} = \mu_{12}, \quad \mu_x^{13} = \mu_{13}, \quad \mu_x^{23} = \mu_{23}, \quad \text{dan} \quad \mu_x^{24} = \mu_{24}.$$

untuk suatu konstanta positif $\mu_{01}, \mu_{12}, \mu_{13}, \mu_{23}, \mu_{24}$.

Deksripsi mengenai dua keadaan infeksi ini adalah berikut ini:

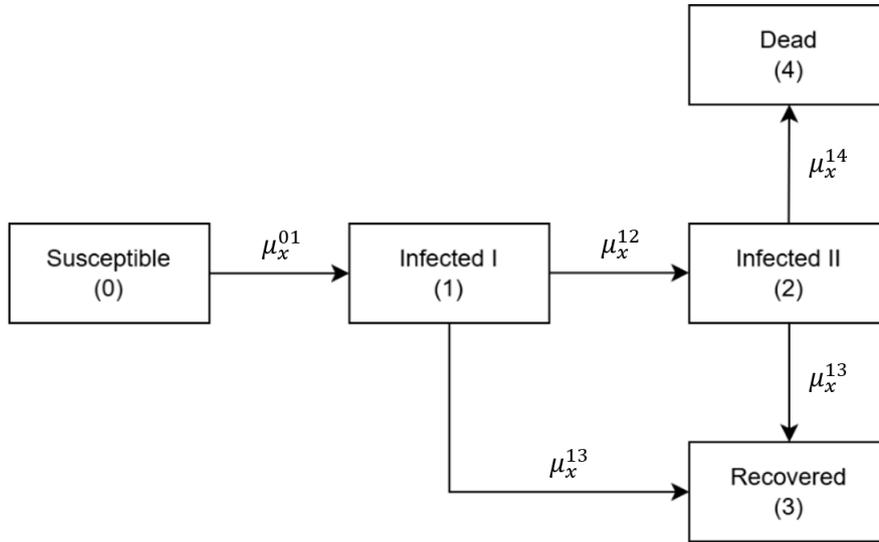
GAMBAR 5. Model *multiple state* SIRD

- (1) Keadaan 1: *Infected 1* (I1). Individu yang berada dalam keadaan ini adalah individu dari keadaan sehat dan belum terinfeksi yang terinfeksi penyakit COVID-19 dengan gejala ringan dan tidak memerlukan perawatan medis di rumah sakit.
- (2) Keadaan 2: *Infected 2* (I2). Individu dalam keadaan ini adalah individu yang berasal dari keadaan 1, yakni individu dengan infeksi ringan, yang gejalanya semakin memburuk sehingga memerlukan perawatan medis di rumah sakit.

Dari susunan keadaan di model ini, untuk individu yang terinfeksi COVID-19, keadaan pertama dari penyakitnya memiliki gejala ringan yang tidak perlu ke rumah sakit untuk dirawat. Keadaan ini biasanya terjadi di awal masa terinfeksi. Individu ini berada di keadaan I1. Perusahaan asuransi dapat memberikan beberapa manfaat dasar untuk menjamin kebutuhan dasar selama di rumah, sebagai contoh, kebutuhan makan dan minum selama isolasi mandiri. Jika infeksi semakin memburuk, individu harus dibawa ke rumah sakit untuk diberikan tindakan medis dan pengobatan. Jika ini terjadi, individu berpindah dari keadaan I1 ke keadaan I2. Di keadaan berat ini, perusahaan asuransi akan memberikan manfaat finansial yang dibutuhkan supaya individu dapat sembuh dari keadaan kritis. Berdasarkan struktur dari model *multiple state* SI2RD, perhatikan bahwa, meskipun individu bisa mengalami infeksi dengan gejala berat di awal masa terinfeksi, peluang kasus ini terjadi dalam interval waktu yang singkat (contohnya dalam waktu kurang dari 1 hari) akan sangat kecil, karena individu harus melewati keadaan I1 meski hanya sebentar (lihat asumsi model *multiple state* di Subbab 2.4). Pemecahan status terinfeksi dalam model *multiple state* SI2RD untuk penyebaran COVID-19 dan pemodelan asuransi pandemi juga terinspirasi dari Zhai [10]. Tetapi, model di artikel ini menggunakan konsep *multiple state* daripada model kompartemen. Dengan model *multiple state*, konsep-konsep aktuarial yang dibutuhkan dalam pemodelan asuransi lebih mudah diterapkan dan dapat memiliki landasan yang kuat [18].

Lebih lanjut, pembentukan model *multiple state* SI2RD yang digunakan dalam penelitian ini memiliki asumsi yang dijelaskan di bawah. Asumsi ini akan digunakan dalam pembahasan utama untuk mengestimasi laju transisi individu. Dalam estimasi tersebut, kita membutuhkan perhitungan jumlah orang yang bertransisi antar keadaan dan waktu tunggu tiap individu dalam tiap keadaan yang diasumsikan mengikuti poin-poin berikut:

- Asumsi 3.1.** (1) Orang yang terinfeksi ringan lebih awal akan terinfeksi berat terlebih dahulu, kemudian orang tersebut sembuh atau meninggal lebih dahulu.
- (2) Berdasarkan informasi dari WHO, 80% dari semua individu yang terinfeksi COVID-19 memiliki gejala ringan dan 20% sisanya mengalami gejala berat [20]. Oleh karena itu, asumsikan jumlah orang yang berpindah dari keadaan terinfeksi ringan ke keadaan terinfeksi berat (dari keadaan 1 ke keadaan 2) adalah 20% dari jumlah orang yang berpindah ke keadaan terinfeksi ringan.
- (3) Dari jumlah individu yang berpindah dari keadaan terinfeksi ke sembuh, 20% di antaranya berasal dari individu yang terinfeksi berat.



GAMBAR 6. Model *multiple state* SI2RD

- (4) Dari jumlah individu yang berpindah dari keadaan terinfeksi ke sembuh, 20% di antaranya berasal dari individu yang terinfeksi berat dan 80% sisanya berasal dari individu yang terinfeksi ringan.
- (5) Model ini mengasumsikan bahwa hanya individu yang terinfeksi dengan gejala berat yang memiliki peluang meninggal, sedangkan setiap individu yang terinfeksi, ringan atau berat, memiliki peluang untuk sembuh. Hal ini didasari oleh kondisi ideal dalam perawatan medis, bahwa setiap individu yang terinfeksi akan diberikan tindakan dan pengobatan medis, dari awal infeksi hingga akhir infeksi.
- (6) Waktu tunggu seseorang di keadaan infeksi model SIRD sama dengan waktu tunggu individu di keadaan dan infeksi ringan.

3.2. **Estimasi Laju Transisi.** Diberikan sebarang model *multiple state*. Kita asumsikan bahwa untuk tiap dua keadaan i dan j , transisi individu dari keadaan i ke keadaan j mengikuti proses Poisson dengan laju konstan.

Berdasarkan Persamaan (3), jumlah transisi yang dilakukan seorang individu k dari state i ke state j mengikuti distribusi Poisson dengan rata-rata $\nu_{ij}t_{ik}$. Jika

$$f(n_{ijk}; t_{ik}\nu_{ij}) = \frac{e^{-t_{ik}\nu_{ij}} (t_{ik}\nu_{ij})^{n_{ijk}}}{n_{ijk}!}.$$

dengan t_{ik} adalah waktu yang dihabiskan seorang individu ke- k selama berada dalam state i dan ν_{ij} adalah laju transisi dari state i ke state j . Dalam hal ini, $f(n_{ijk}; t_{ik}\nu_{ij})$ menyatakan peluang individu ke- k melakukan transisi sebanyak n_{ijk} kali, dari keadaan i ke keadaan j .

Langkah selanjutnya adalah melakukan estimasi terhadap laju transisi menggunakan metode *maximum likelihood estimation*. Misalkan N adalah banyak individu dalam keadaan i , dan tinjau transisi dari keadaan i ke keadaan j . Definisikan fungsi *likelihood*

$$L(\nu_{ij}) = \prod_{k=1}^N f(n_{ijk}; t_{ik}\nu_{ij}),$$

maka

$$\begin{aligned} L(\nu_{ij}) &= \prod_{k=1}^N \frac{e^{-t_{ik}\nu_{ij}} (t_{ik}\nu_{ij})^{n_{ijk}}}{n_{ijk}!} \\ &= \frac{e^{-\nu_{ij} \sum_{k=1}^N t_{ik}} (\nu_{ij})^{\sum_{k=1}^N n_{ijk}} \prod_{k=1}^N t_{ik}^{n_{ijk}}}{\prod_{k=1}^N n_{ijk}!}. \end{aligned} \quad (13)$$

Dari Persamaan (16), tarik nilai ln di kedua ruas untuk mendapatkan fungsi log-likelihood, maka

$$l(\nu_{ij}) = \ln L(\nu_{ij}) = -\nu_{ij} \sum_{k=1}^N t_{ik} + \ln \nu_{ij} \sum_{k=1}^N n_{ijk} + \sum_{k=1}^N n_{ijk} \ln t_{ik} - \sum_{k=1}^N \ln(n_{ijk}!). \quad (14)$$

Selanjutnya kita cari nilai maksimum dari $l(\nu_{ij})$ dengan menentukan nilai ν_{ij} yang membuat turunan pertama dari $l(\nu_{ij})$ bernilai 0. Kita dapatkan

$$\begin{aligned} \frac{dl(\nu_{ij})}{\nu_{ij}} = 0 &\Leftrightarrow -\sum_{k=1}^N t_{ik} + \frac{1}{\nu_{ij}} \sum_{k=1}^N n_{ijk} = 0 \\ &\Leftrightarrow \nu_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^N n_{ijk}}{\sum_{k=1}^N t_{ik}}. \end{aligned}$$

Dengan mendefinisikan $n_{ij} = \sum_{k=1}^N n_{ijk}$ dan $t_i = \sum_{k=1}^N t_{ik}$, maka

$$\hat{\nu}_{ij} = \frac{n_{ij}}{t_i} \quad (15)$$

menjadi estimasi dari laju transisi ν_{ij} .

Perhatikan bahwa n_{ij} adalah total transisi yang dilakukan dari keadaan i ke keadaan j oleh semua individu dalam periode tertentu dan t_i adalah total waktu yang dihabiskan semua individu selama berada dalam keadaan i sebelum berpindah ke keadaan lain. Jadi, estimator dari laju transisi ν_{ij} untuk setiap keadaan i dan j adalah rasio antara jumlah kumulatif perpindahan individu dari keadaan i ke keadaan j dan total waktu tunggu semua individu di keadaan i . Nilai-nilai n_{ij} dan t_i dapat dihitung untuk model *multiple state* SIRD dan SI2RD berdasarkan data dan asumsi-asumsi yang telah ditetapkan.

Untuk model *multiple state* SIRD, nilai n_{ij} dapat dihitung dari data kumulatif penyebaran COVID-19 selama periode pengamatan (1029 hari). Hasil perhitungan n_{ij} adalah

$$n_{01} = 6716124, \quad n_{12} = 6535356, \quad \text{dan} \quad n_{13} = 160537.$$

Sebagai interpretasi, n_{01} adalah nilai kumulatif dari kasus positif (terinfeksi) COVID-19 pada periode 1029 hari, karena nilai tersebut adalah total individu yang berpindah dari keadaan 0 (rentan) ke keadaan 1 (terinfeksi) pada periode tersebut. Dengan ide yang sama, nilai n_{12} adalah kasus kumulatif dari individu yang sembuh dari infeksi COVID-19, sedangkan n_{13} adalah kasus kumulatif dari individu yang awalnya terinfeksi oleh penyakit COVID-19. kemudian meninggal.

Waktu tunggu t_0 adalah waktu tunggu hingga individu terinfeksi COVID-19. Untuk t_0 kita hitung, untuk setiap individu, lama hari sejak hari ke-1 dari pengamatan hingga tanggal saat individu tersebut dinyatakan positif COVID-19. Waktu tunggu t_1 adalah waktu tunggu selama individu terinfeksi. Nilai ini dihitung dengan menjumlahkan hari sejak individu dinyatakan positif COVID-19 hingga pasien sembuh. Di sini kita membutuhkan Asumsi 3.1 untuk bisa menentukan jumlah individu yang sembuh (berpindah ke keadaan 2) dan jumlah individu yang meninggal (berpindah ke keadaan 3) di setiap harinya. Hasil perhitungan ini adalah

$$t_0 = 3716424102, \quad \text{dan} \quad t_1 = 93326380.$$

Dari hasil-hasil di atas, maka hasil estimasi laju transisi dalam model *multiple state* SIRD dengan Persamaan (15) adalah

$$\begin{aligned}\hat{\nu}_{01} &= 0,001807, \\ \hat{\nu}_{12} &= 0,070027, \\ \hat{\nu}_{13} &= 0,001720.\end{aligned}\tag{16}$$

Setelah memperoleh laju estimasi model *multiple state* SIRD, kita bisa mendapatkan estimasi laju transisi dari model *multiple state* SIRD berdasarkan hasil di (16). Notasikan $\hat{\mu}_{ij}$ sebagai hasil estimasi parameter dari μ_{ij} . Berdasarkan asumsi-asumsi yang dijelaskan di Asumsi 3.1 dan (16), kita simpulkan bahwa

$$\begin{aligned}\hat{\mu}_{01} &= \hat{\nu}_{01} = 0,001807, \\ \hat{\mu}_{12} &= 0,2\hat{\nu}_{01} = 0,000361, \\ \hat{\mu}_{13} &= 0,8\hat{\nu}_{12} = 0,056022, \\ \hat{\mu}_{23} &= 0,2\hat{\nu}_{12} = 0,014005, \\ \hat{\mu}_{24} &= \hat{\nu}_{13} = 0,001720.\end{aligned}\tag{17}$$

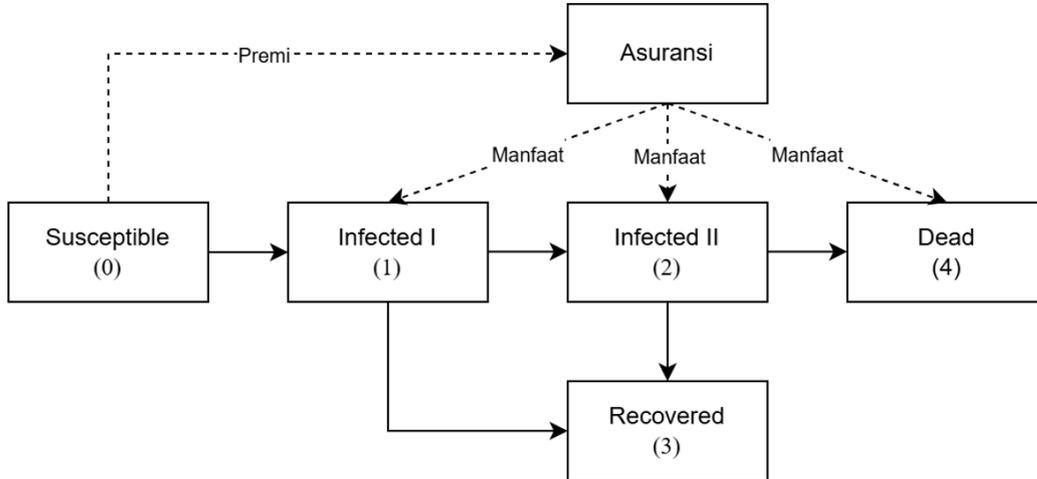
3.3. Tinjauan Asuransi Pandemi Berdasarkan Model *Multiple State* SIRD. Model *multiple state* SIRD memiliki keterbatasan untuk digunakan dalam memodelkan suatu produk asuransi pandemi pada penyakit COVID-19. Salah satu pengembangan yang dapat dilakukan pada model SIRD adalah membagi populasi yang terinfeksi oleh penyakit COVID-19 menjadi 2 kelompok berdasarkan tingkat keparahan penyakit dengan alasan biaya pengobatan bervariasi tergantung pada tingkat keparahan gejala. Penggunaan model *multiple state* SI2RD memungkinkan perusahaan asuransi memberikan perlindungan finansial yang lebih fleksibel dan sesuai risiko pemegang polis, yaitu berdasarkan tingkat keparahan infeksi yang berbeda. Pendekatan ini juga memungkinkan penetapan premi yang lebih adil, karena perhitungan premi akan melibatkan risiko infeksi yang berbeda.

3.3.1. Skema dan Produk Asuransi. Skema dari asuransi pandemi yang diilustrasikan dalam penelitian ini dapat dilihat di Gambar 7. Produk asuransi ini dapat menjadi tambahan perlindungan bagi pemegang polis yang telah memiliki asuransi kesehatan. Terdapat 3 jenis manfaat yang dapat diberikan kepada pemegang polis:

- Manfaat saat pemegang polis terinfeksi COVID-19 namun tidak perlu dirawat di rumah sakit (keadaan Infeksi 1 (I1)). Dalam keadaan ini, pemegang polis memiliki gejala ringan, seperti demam ringan, sakit kepalam sakit tenggorokan, pilek, batuk, dan gejala-gejala lain yang umum dalam penyakit flu. Pemegang polis dalam keadaan ini tidak perlu dirawat di rumah sakit, tetapi harus karantina mandiri di rumah.
- Manfaat saat kondisi infeksi COVID-19 dari pemegang polis semakin memburuk dan harus dirawat di rumah sakit (keadaan Infeksi 2 (I2)). Kondisi buruk ini ditandai oleh demam tinggi yang berlangsung lama, napas sesak, diare, mual dan muntah, dada berdebar-debar, dan sakit kepala berat. Selain manfaat penyewaan kamar rumah sakit, manfaat di keadaan Infeksi 2 termasuk untuk obat-obatan, penggunaan peralatan medis (alat bantu nafas, tabung oksigen, dan sebagainya).
- Manfaat saat pemegang polis meninggal dikarenakan terinfeksi COVID-19. Manfaat ini meliputi biaya dalam penanganan mayat sesuai protokol dan pemakaman. Manfaat ini diberikan kepada ahli waris dari pemegang polis.

Ketiga manfaat tersebut dapat diterima oleh pemegang polis selama polis masih aktif, yang berarti satu pemegang polis dapat menerima ketiga manfaat selama jangka waktu polisnya.

Dari skema asuransi di atas, untuk membiayai asuransi ini, pemegang polis yang dalam keadaan keadaan sehat dan belum pernah terinfeksi, tetapi rentan terinfeksi, membayarkan premi ke perusahaan asuransi. Setelah pemegang polis tersebut bertransisi ke keadaan lain dalam model, ia berhenti membayar premi. Rincian mengenai polis asuransi pandemi yang dibahas dalam penelitian ini dapat dilihat di Tabel 1.

GAMBAR 7. Skema asuransi pandemi berdasarkan model *multiple state* SIRD

Dalam penelitian ini, semua manfaat asuransi dibayarkan tepat saat terjadi perpindahan keadaan. Pada kenyataannya, sebelum individu dinyatakan terinfeksi ringan, perlu dilakukan tes laboratorium, seperti tes PCR, untuk memastikan bahwa individu memang positif COVID-19. Proses pengolahan sampel sampai mendapatkan kesimpulan dari tes ini bisa memakan waktu sekitar 2-3 hari [21]. Oleh karena waktu tes yang singkat, pembayaran manfaat saat terinfeksi diasumsikan dilakukan dalam waktu yang instan. Jangka waktu polis asuransi pandemi adalah 6 bulan dan premi dibayarkan pada awal setiap bulan selama individu masih sehat. Polis asuransi ini berhenti jika pemegang polis meninggal atau sembuh dari penyakit.

TABEL 1. Jenis-jenis manfaat dalam asuransi pandemi di pembahasan

| Keadaan | Jenis Manfaat | Nominal (Rupiah) | Notasi Manfaat |
|-----------------------|---------------------|------------------|----------------|
| Infeksi 1 (Keadaan 1) | Perlindungan ringan | 2000000 | $B^{(1)}$ |
| Infeksi 2 (Keadaan 2) | Rawat inap | 60000000 | $B^{(2)}$ |
| Meninggal (Keadaan 4) | Manfaat kematian | 500000000 | $B^{(3)}$ |

Waktu pembayaran manfaat: Langsung dibayar saat transisi terjadi

Waktu pembayaran premi: Tiap awal bulan selama keadaan sehat (Keadaan 0)

Jangka waktu polis: 6 bulan atau 180 hari

3.3.2. *Probabilitas Transisi.* Untuk membahas nilai sekarang dari manfaat, premi, dan cadangan dari asuransi, kita perlu merumuskan peluang transisi individu terlebih dahulu. Setelah mendapatkan nilai estimasi dari laju transisi dalam model *multiple state* SI2RD, kita lanjutkan dengan penghitungan peluang seseorang melakukan transisi dari suatu keadaan ke keadaan lainnya. Untuk setiap waktu t , kita menggunakan persamaan maju Kolomogorov, yaitu Persamaan (8), dan laju transisi $\mu_{x+t}^{ij} = \hat{\mu}_{ij}$ untuk mendapatkan peluang transisi. Peluang yang dihasilkan

dari persamaan maju Kolmogorov dapat ditentukan dengan menyelesaikan persamaan diferensial berikut.

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} {}_tP_x^{00} &= -\hat{\mu}_{01} {}_tP_x^{00}, \\
\frac{d}{dt} {}_tP_x^{01} &= \hat{\mu}_{01} {}_tP_x^{00} - (\hat{\mu}_{12} + \hat{\mu}_{13}) {}_tP_x^{01}, \\
\frac{d}{dt} {}_tP_x^{02} &= \hat{\mu}_{12} {}_tP_x^{01}, \\
\frac{d}{dt} {}_tP_x^{11} &= (\hat{\mu}_{12} + \hat{\mu}_{13}) {}_tP_x^{11}, \\
\frac{d}{dt} {}_tP_x^{12} &= \hat{\mu}_{12} {}_tP_x^{12} - (\hat{\mu}_{23} + \hat{\mu}_{24}) {}_tP_x^{12}, \\
\frac{d}{dt} {}_tP_x^{13} &= \hat{\mu}_{13} {}_tP_x^{11} + \hat{\mu}_{23} {}_tP_x^{12}, \\
\frac{d}{dt} {}_tP_x^{22} &= -(\hat{\mu}_{23} + \hat{\mu}_{24}) {}_tP_x^{22}, \\
\frac{d}{dt} {}_tP_x^{23} &= \hat{\mu}_{23} {}_tP_x^{22}, \\
\frac{d}{dt} {}_tP_x^{24} &= \hat{\mu}_{24} {}_tP_x^{22}, \\
\frac{d}{dt} {}_tP_x^{33} &= 0, \\
\frac{d}{dt} {}_tP_x^{44} &= 0.
\end{aligned} \tag{18}$$

Solusi dari sistem persamaan diferensial (18) adalah

$$\begin{aligned}
{}_tP_x^{00} &= e^{-\hat{\mu}_{01}t}, \\
{}_tP_x^{01} &= \frac{\hat{\mu}_{01}}{\hat{\mu}_{12} + \hat{\mu}_{13} - \mu_{01}} \left(e^{-\hat{\mu}_{01}t} - e^{-(\hat{\mu}_{12} + \hat{\mu}_{13})t} \right), \\
{}_tP_x^{02} &= \frac{\hat{\mu}_{01}\hat{\mu}_{12}}{\hat{\mu}_{12} + \hat{\mu}_{13} - \hat{\mu}_{01}} \left(\frac{1 - e^{-\hat{\mu}_{01}t}}{\hat{\mu}_{01}} - \frac{1 - e^{-(\hat{\mu}_{12} + \hat{\mu}_{13})t}}{\hat{\mu}_{12} + \hat{\mu}_{13}} \right), \\
{}_tP_x^{11} &= e^{-(\hat{\mu}_{12} + \hat{\mu}_{13})t}, \\
{}_tP_x^{12} &= \frac{\hat{\mu}_{12}}{\hat{\mu}_{23} + \hat{\mu}_{24} - \hat{\mu}_{12} - \hat{\mu}_{13}} \left(e^{-(\hat{\mu}_{12} + \hat{\mu}_{13})t} - e^{-(\hat{\mu}_{23} + \hat{\mu}_{24})t} \right), \\
{}_tP_x^{13} &= \frac{\hat{\mu}_{13}}{\hat{\mu}_{12} + \hat{\mu}_{13}} \left(1 - e^{-(\hat{\mu}_{12} + \hat{\mu}_{13})t} \right), \\
&\quad + \frac{\hat{\mu}_{12}\hat{\mu}_{13}}{\hat{\mu}_{23} + \hat{\mu}_{24} - \hat{\mu}_{12} - \hat{\mu}_{13}} \left(\frac{1 - e^{-(\hat{\mu}_{23} + \hat{\mu}_{24})t}}{\hat{\mu}_{23} + \hat{\mu}_{24}} - \frac{1 - e^{-(\hat{\mu}_{12} + \hat{\mu}_{13})t}}{\hat{\mu}_{12} + \hat{\mu}_{13}} \right), \\
{}_tP_x^{22} &= e^{-(\hat{\mu}_{23} + \hat{\mu}_{24})t}, \\
{}_tP_x^{23} &= \frac{\hat{\mu}_{23}}{\hat{\mu}_{23} + \hat{\mu}_{24}} \left(1 - e^{-(\hat{\mu}_{23} + \hat{\mu}_{24})t} \right), \\
{}_tP_x^{24} &= \frac{\hat{\mu}_{24}}{\hat{\mu}_{23} + \hat{\mu}_{24}} \left(1 - e^{-(\hat{\mu}_{23} + \hat{\mu}_{24})t} \right), \\
{}_tP_x^{33} &= {}_tP_x^{44} = 1.
\end{aligned} \tag{19}$$

Perhatikan bahwa setiap peluang transisi tidak bergantung kepada usia saat ini, tetapi hanya bergantung kepada jangka waktu transisi. Ini persis memenuhi asumsi rantai Markov homogen.

3.4. Penghitungan Premi. Tingkat bunga yang digunakan dalam penghitungan APV manfaat dan premi adalah $i = 6, 25\%$ efektif per tahun. Karena laju transisi $\hat{\mu}_{ij}$ adalah laju transisi

per hari, maka, supaya dapat menggunakan Persamaan (10), laju bunga δ juga harus berdasarkan tingkat bunga efektif harian. Nilai tersebut dapat ditentukan dengan menghitung tingkat bunga efektif harian yang ekuivalen dengan 6,25% per tahun. Mudah dilihat bahwa nilai δ adalah

$$\delta = \frac{\ln(1+i)}{360} \approx 0,000168.$$

Sekarang, kita tinjau individu berusia x . Berdasarkan skema asuransi pandemi yang telah dijabarkan di Subbab 3.3.1 dan besar manfaat di Tabel 1, maka APV manfaat asuransi adalah

$$B^{(1)}\bar{A}_{x:\overline{180}|}^{01} + B^{(2)}\bar{A}_{x:\overline{180}|}^{02} + B^{(4)}\bar{A}_{x:\overline{180}|}^{04} \quad (20)$$

dengan nilai $B^{(1)}$, $B^{(2)}$, dan $B^{(4)}$ dapat dilihat di Tabel 1 dan nilai $\bar{A}_{x:\overline{180}|}^{ij}$ dihitung menggunakan Persamaan (20) dihitung menggunakan Persamaan (9). Jangka waktu 180 hari digunakan, karena laju kematian dan laju bunga menggunakan periode harian. Usia x di sini tidak memengaruhi perhitungan, sebab probabilitas transisi tidak bergantung terhadap x .

Selanjutnya, karena premi sebesar P dibayarkan pada awal setiap bulan, APV premi berdasarkan Persamaan (11) adalah

$$P\ddot{a}_{x:\overline{6}|}^{00} = P \sum_0^{n-1} e^{-30\delta k} {}_{30k}p_x^{00}. \quad (21)$$

Sekali lagi, nilai ini tidak bergantung kepada x .

Dengan demikian, premi bersih asuransi pandemi yang dibahas dalam artikel ini dapat dihitung berdasarkan prinsip ekuivalensi, yakni berdasarkan Persamaan (12). Dengan menyamakan Persamaan (20) dan Persamaan (21), dan mensubstitusi komponen-komponen lain ke dalam persamaan, didapat

$$P = \frac{B^{(1)}\bar{A}_{x:\overline{180}|}^{01} + B^{(2)}\bar{A}_{x:\overline{180}|}^{02} + B^{(4)}\bar{A}_{x:\overline{180}|}^{04}}{\ddot{a}_{x:\overline{6}|}^{00}} = 146.101,32.$$

Dari hasil di atas didapatkan premi sebesar Rp146.101,32 per bulan. Premi digunakan untuk perhitungan cadangan asuransi pandemi. Setelah mendapatkan premi, langkah selanjutnya adalah menghitung nilai premi kotor dengan menambahkan faktor loading α sehingga kita dapatkan premi kotor asuransi sebesar

$$P_\alpha = (1 + \alpha)P$$

Penambahan faktor loading bertujuan untuk mengakomodasi biaya-biaya polis dan margin keuntungan yang diinginkan perusahaan. Untuk $\alpha = 10\%$ dan $\alpha = 20\%$, kita dapatkan premi kotor yang disajikan dalam Tabel 2 berikut:

TABEL 2. Nilai premi kotor menggunakan *loading*

| <i>Loading</i> (α) | Premi (P_α) |
|-----------------------------|----------------------|
| 0 (Bersih) | Rp146.101,32 |
| 10% | Rp160.711,45 |
| 20% | Rp175.321,58 |

Nilai premi dalam Tabel 2 dapat diartikan sebagai premi berdasarkan skenario faktor *loading* yang diterapkan perusahaan asuransi. Jelas bahwa semakin besar α , premi yang diterapkan ke pemegang polis juga semakin besar.

3.5. Penghitungan Cadangan. Pada bagian ini kita lakukan perhitungan cadangan manfaat atau nilai polis asuransi pandemi jika diketahui polis masih aktif dan pemegang polis atau yang bertanggung berada dalam keadaan 0, keadaan 1, dan keadaan 2. Cadangan dihitung menggunakan Persamaan (13). Untuk pemegang polis yang berada di keadaan 0 pada hari ke- t , maka

$${}_tV^{(0)} = B^{(1)}\bar{A}_{x+t:\overline{180-t}|}^{01} + B^{(2)}\bar{A}_{x+t:\overline{180-t}|}^{02} + B^{(4)}\bar{A}_{x+t:\overline{180-t}|}^{04} - P_\alpha \ddot{a}_{x+t:\overline{180-t}|}^{00}. \quad (22)$$

Dalam Persamaan (22), premi yang digunakan adalah P_α sehingga nilai cadangan saat pemegang polis berada di keadaan 0 dibedakan berdasarkan skenario faktor *loading* α . Untuk pemegang polis yang berada di keadaan 1 pada hari ke- t , premi sudah tidak lagi dibayarkan. Hal yang sama juga berlaku untuk pemegang polis yang berada di keadaan 2. Jadi, cadangan manfaat untuk pemegang polis yang berada di keadaan 1 dan keadaan 2 dirumuskan oleh

$${}_tV^{(1)} = B^{(2)}\bar{A}_{x+t:\overline{180-t}|}^{12} + B^{(2)}\bar{A}_{x+t:\overline{180-t}|}^{14} \quad (23)$$

dan

$${}_tV^{(2)} = B^{(2)}\bar{A}_{x+t:\overline{180-t}|}^{24}. \quad (24)$$

Hasil penghitungan Persamaan (22), Persamaan (23), dan Persamaan (24) berturut-turut diberikan dalam Tabel 3, Tabel 4, dan Tabel 5.

Dari Tabel 3 tampak bahwa cadangan premi yang dibutuhkan dalam polis asuransi pandemi jika individu masih dalam belum terinfeksi, pada setiap waktu, bernilai negatif. Hal ini menandakan kecukupan premi untuk menanggung klaim pada masa depan jika diketahui pemegang polis berada di keadaan 0. Selain itu, semakin besar faktor *loading*, semakin besar pula selisih antara nilai manfaat dengan nilai premi yang diterima. Karena dalam faktor *loading* juga termasuk margin keuntungan, maka polis asuransi dalam kondisi ini menguntungkan bagi perusahaan. Namun, nilai cadangan yang negatif ini juga perlu menjadi perhatian, karena bisa jadi terdapat kekurangan dalam desain produk asuransi atau dalam proses *underwriting* [18].

TABEL 3. Cadangan asuransi pandemi Untuk pemegang polis di keadaan 0

| t | Bulan ke- | ${}_tV^{(0)} (\alpha = 0)$ | ${}_tV^{(0)} (\alpha = 10\%)$ | ${}_tV^{(0)} (\alpha = 20\%)$ |
|-----|-----------|----------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 30 | 1 | -131.061,00 | -207.054,91 | -283.048,81 |
| 60 | 2 | -152.443,64 | -217.569,01 | -282.694,38 |
| 90 | 3 | -166.071,23 | -219.665,58 | -273.259,93 |
| 120 | 4 | -171.255,04 | -212.615,51 | -253.975,98 |
| 150 | 5 | -166.505,25 | -194.886,13 | -223.267,01 |
| 180 | 6 | 0 | 0 | 0 |

Di lain pihak, karena pemegang polis tidak lagi membayar premi ketika di keadaan 1 dan keadaan 2, cadangan yang perlu disiapkan, jika individu berada di keadaan 1 (infeksi ringan) atau keadaan 2 (infeksi berat) bernilai positif, yaitu nilai yang disiapkan untuk membayar klaim masa depan. Hal ini terlihat di Tabel 4 dan Tabel 5 di bawah. Nilai cadangan ${}_tV^{(1)}$ dan ${}_tV^{(2)}$ semakin menurun untuk setiap t , karena jangka waktu polis semakin berkurang dan peluang individu akan berpindah ke keadaan I1 dan I2 semakin berkurang seiring waktu.

TABEL 4. Cadangan asuransi pandemi untuk pemegang polis di keadaan 1

| t | Bulan ke- | ${}_tV^{(1)}$ |
|-----|-----------|---------------|
| 0 | 0 | 700.530,04 |
| 30 | 1 | 683.702,53 |
| 60 | 2 | 656.433,31 |
| 90 | 3 | 611.625,58 |
| 120 | 4 | 534.649,99 |
| 150 | 5 | 384.501,52 |
| 180 | 6 | 0 |

TABEL 5. Cadangan asuransi pandemi untuk pemegang polis di keadaan 1

| t | Bulan ke- | ${}_tV^{(2)}$ |
|-----|-----------|---------------|
| 0 | 0 | 51.017.700,15 |
| 30 | 1 | 49.126.094,76 |
| 60 | 2 | 46.078.830,32 |
| 90 | 3 | 41.169.867,45 |
| 120 | 4 | 33.261.818,50 |
| 150 | 5 | 20.522.419,17 |
| 180 | 6 | 0 |

4. SIMPULAN

Dalam penelitian ini, telah dilakukan pemodelan asuransi pandemi COVID-19 berdasarkan model *multiple state* SI2RD. Penggunaan model *multiple state* daripada model kompartemen dilakukan karena konsep-konsep aktuaria dalam pemodelan asuransi dapat dengan mudah diterapkan. Dengan asumsi laju transisi konstan, transisi individu dalam model mengikuti proses Poisson. Estimasi laju transisi model *multiple state* SI2RD berdasarkan data harian COVID-19 telah ditentukan dengan metode *maximum likelihood estimation*. Asumsi laju transisi konstan dan struktur dari model *multiple state* SI2RD menjadi faktor dalam terbentuknya formula peluang transisi yang memiliki bentuk tertutup. Ilustrasi mengenai asuransi pandemi, penentuan manfaat, dan pembiayaannya juga telah dilakukan dalam konteks model *multiple state* SI2RD. Melihat hasil premi dan cadangan premi dalam ilustrasi asuransi pandemi, perusahaan asuransi dapat menggunakan model sederhana ini sebagai acuan dalam mendesain produk asuransi pandemi jika di kemudian hari terjadi pandemi dengan sifat seperti COVID-19.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Onyeaka, H., Anumudu, C. K., Al-Sharify, Z. T., Egele-Godswill, E., Mbaegbu, P. (2021). COVID-19 pandemic: A review of the global lockdown and its far-reaching effects. *Science progress*, 104(2), 368504211019854. doi:10.1177/00368504211019854.
- [2] Kermack, W. O., McKendrick, A. G. (1991). Contributions to the mathematical theory of epidemics. *Bulletin of mathematical biology*, 53(1-2), 57–87. doi:10.1007/BF02464424.
- [3] Boado-Penas, C. M., Eisenberg, J., Şahin, Ş. (2021). *Pandemics: Insurance and Social Protection*. doi:10.1007/978-3-030-78334-1.
- [4] Zhao, S., Lin, Q., Ran, J., Musa, S. S., Yang, G., Wang, W., Lou, Y., Gao, D., Yang, L., He, D., Wang, M. H. (2020). Preliminary estimation of the basic reproduction number of novel coronavirus (2019-nCoV) in China, from 2019 to 2020: A data-driven analysis in the early phase of the outbreak. *International journal of infectious diseases*, 92, 214–217. doi:10.1016/j.ijid.2020.01.050
- [5] Bastos, S. B., Cajueiro, D. O. (2020). Modeling and forecasting the early evolution of the Covid-19 pandemic in Brazil. *Scientific reports*, 10(1), 19457. doi:10.1038/s41598-020-76257-1.
- [6] Guerra, E., 2023., An Application of Deterministic Epidemic Models to the Calculation of Insurance Premiums and Benefit Reserve Values. Master Thesis.
- [7] Alfarezi, M. R., Hasan, M., Ubaidillah, F. (2024). Analysis of SEIQV Epidemic Model on the Spread of Covid-19 in Jember Regency. *Jurnal Matematika Integratif*. 20(1):11-24. doi:10.24198/jmi.v20.n1.46757.11-24.
- [8] Fauziah, I., Manaqib, M., Azizah, M. (2024). Model Matematika Penyebaran Penyakit COVID-19 dengan Vaksinasi, Isolasi Mandiri, dan Karantina Rumah Sakit. *Jurnal Matematika Integratif*. 20(2):135-148. doi:10.24198/jmi.v20.n2.49640.135-148.
- [9] Wood, F., Warrington, A., Naderiparizi, S., Weilbach, C., Masrani, V., Harvey, W., Ścibior, A., Borenov, B., Grefenstette, J., Campbell, D., Nasser, A. S. (2022). Planning as Inference in Epidemiological Dynamics Models. *Front. Artif. Intell.* 4:1-27. doi: 10.3389/frai.2021.550603.
- [10] Zhai, C., Chen, P., Jin, Z., Siu, T. K. (2024). Epidemic modelling and actuarial applications for pandemic insurance: a case study of Victoria, Australia. *Annals of Actuarial Science*. 18(2):242-269. doi:10.1017/S1748499523000246.
- [11] Hill, A., Levy, M., Sheen, J., Shinnick, J., Gheorghe, A., et al. (2020). Modeling COVID-19 Spread vs Healthcare Capacity. Available at: <https://alhill.shinyapps.io/COVID19seir/> (Diakses 15 Mei 2025).
- [12] Zuhairoh, F., Rosadi, D., Effendie, A. R. (2021). Determination of Basic Reproduction Numbers using Transition Intensities Multi-state SIRD Model for COVID-19 in Indonesia. *Journal of Physics: Conference Series*. 1821. 012050. doi:10.1088/1742-6596/1821/1/012050.
- [13] Zuhairoh, F., Rosadi, D., Effendie, A. (2022). Multi-state Discrete-time Markov Chain SVIRS Model on the Spread of COVID-19. *Engineering Letters*. 30(2):598-608.
- [14] Zuhairoh, F., Rosadi, D., Effendie, A. (2023). SVIRD epidemic model with discrete-time hybrid Markov/semi-Markov assumptions, *Commun. Math. Biol. Neurosci.* doi:10.28919/cmbn/7887.
- [15] Gaidai, O., Wang, F., Yakimov, V. (2023). COVID-19 multi-state epidemic forecast in India. *Proceedings of the Indian National Science Academy*. 89. 10.1007/s43538-022-00147-5.
- [16] Feng, R., Garrido, J. (2011). Actuarial Applications of Epidemiological Models. *North American Actuarial Journal*. 15(1):112-136. doi:10.1080/10920277.2011.10597612.
- [17] S. M. Ross, *Introduction to Probability Models*, 10th Edition, Academic Press, San Diego, 2011.
- [18] Dickson, D. C. M., Hardy, M. R., Waters, H. R. (2019). Simulation of Automobile Insurance Market in the Presence of Premium Regulation *OJK Research Seminar*.
- [19] Yusgiantoro, I., Kramawiredja, D., Dinata, T. H., Purwono, Y., Husodo, Z., Luxianto, R. (2019). *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks* (3rd ed.). Cambridge: Cambridge University Press.
- [20] WHO. (2020). Penyakit virus corona (COVID-19). <https://www.who.int/health-topics/coronavirus> (Diakses 12 Agustus 2024).
- [21] Handayani, V.V. (2020). Ini Lama Waktu yang Dibutuhkan saat Lakukan Test COVID-19. https://www.halodoc.com/artikel/ini-lama-waktu-yang-dibutuhkan-saat-lakukan-test-covid-19?srsltid=AfmBOoqNL_vdtQF7Sr4aw75kPCHjHVxzt8neaA4ilwsLoqxvim7pBj7O (Diakses 15 Mei 2025).