

**ANALISIS PEREMAJAAN ANGKUTAN KOTA  
Studi Kasus : Angkot Trayek Margahayu Raya – Ledeng**

Hennie Husniah <sup>1)</sup> dan Asep K. Supriatna <sup>2)</sup>

- 1) Jurusan Teknik Industri, FTI – Universitas Langlangbuana  
Jl. Karapitan No 116 Tlp. 4218086, Bandung 40261
- 2) Jurusan Matematika, FMIPA -- Universitas Padjadjaran  
Km. 21 Jatinangor Tlp./Fax.: 022-7794696, Sumedang 45363

**ABSTRAK**

Dalam paper ini dibahas suatu model matematika untuk peremajaan angkutan kota. Model yang dibentuk berupa model yang kontinu. Model kemudian diaplikasikan untuk menentukan umur ekonomis angkutan kota trayek Margahayu Raya – Ledeng di Bandung, dalam kaitannya dengan peremajaan angkutan kota yang bersangkutan. Lebih jauh lagi umur ekonomis yang diperoleh ini kemudian dibandingkan dengan berbagai skenario, seperti tingkat suku bunga yang berbeda, tingkat utilitas yang berbeda dan harga bahan bakar minyak yang berbeda.

**Kata kunci :** Umur Ekonomis, Peremajaan Angkutan Kota

**REPLACEMENT ANALYSIS OF A PUBLIC TRANSPORT  
Case Study: Margahayu Raya – Ledeng Public Transport**

**ABSTRACT**

In this paper we discuss a continuous mathematical model for the renewal of a public transport. The model is applied to obtain an economic lifetime of the public transport serving the route of Margahayu Raya – Ledeng in Bandung. Furthermore, the resulting economic lifetime is then compared with various scenarios, such as different interest rates, different utilities and different costs of gasoline.

**Keywords :** Economic Lifetime, Public Transport Renewal

**PENDAHULUAN**

Secara umum semakin tua suatu peralatan industri maka biaya operasionalnya semakin meningkat. Meningkatnya biaya operasional ini tentu saja berakibat kurang menguntungkan bagi pengusaha atau operator industri tersebut. Usia maksimum peralatan, yaitu jika peralatan tadi dioperasikan sebelum usia tersebut tidak berakibat bertambahnya rata-rata biaya operasional tahunan, dikenal dengan nama *umur ekonomis* peralatan. Untuk menghindari kondisi yang tidak menguntungkan dengan

meningkatnya rata-rata biaya operasional tahunan, maka operator industri perlu memikirkan perencanaan penggantian atau peremajaan peralatan yang tepat. Dalam hal ini kebijakan peremajaan peralatan perlu dipertimbangkan dengan didasarkan pada landasan ilmiah yang kuat. Secara teoritis, salah satu landasan untuk peremajaan ini dapat digunakan teori penggantian atau *replacement analysis* (Newnan, 1983; Blank dan Torquin, 1998). Dalam paper ini akan dibahas sebuah model matematika untuk perencanaan peremajaan angkutan kota. Model ini akan didasarkan pada perhitungan umur ekonomis yang didefinisikan sebagai waktu dengan nilai *equivalent uniform annual cost* (EUAC, rata-rata biaya tahunan) minimum. Dalam hal ini akan ditinjau EUAC dalam bentuk kontinu, yang secara umum dinamakan *equivalent costflow* (EC). Untuk itu pada bagian berikutnya terlebih dahulu akan dibahas mengenai model *equivalent costflow* dan umur ekonomis berdasarkan framework bunga majemuk kontinu.

**MODEL EQUIVALENT COSTFLOW & UMUR EKONOMIS DENGAN BUNGA MAJEMUK KONTINU**

Jika sebuah peralatan pada saat ini bernilai  $P$  dan diketahui peralatan tersebut dapat digunakan selama  $n$  tahun dengan suku bunga tahunan yang berlaku adalah  $i\%$ . Suku bunga yang dimaksud adalah suku bunga dalam pengertian sehari-hari (*interest rate*). Dalam hal ini rata-rata biaya tahunan menurut Newnan diberikan dalam bentuk

$$EUAC = P \left( \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right) \tag{1}$$

Dalam perhitungan di atas, Newnan mengasumsikan bahwa model suku bunga yang berlaku adalah model diskrit (*discrete compounding*). Di dalam paper ini umur ekonomis akan dicari untuk model suku bunga yang kontinu (*continuous compounding*). Untuk itu misalkan suku bunga tahunan yang berlaku adalah  $i\%$  dengan perioda per tahun adalah  $m$ . Dengan demikian suku bunga per perioda adalah  $r=i/m\%$  dan jumlah perioda dalam  $n$  tahun adalah  $nm$ . Jika sebuah peralatan pada saat ini bernilai  $P$  maka pada saat  $n$  tahun yang akan datang nilai peralatan tersebut berdasarkan rumusan suku bunga majemuk diskrit adalah

$$F = P(1 + i/m)^{mn} . \tag{2}$$

Suku bunga majemuk kontinu terjadi apabila  $m \rightarrow \infty$  yang berarti pula  $i/m \rightarrow 0$ . Dalam hal ini *future value*  $F$  dapat dihitung sebagai berikut:

$$F = P_{\lim m \rightarrow \infty} (1 + i/m)^{mn} . \tag{3}$$

Apabila  $z = i/m$  maka  $mn = \frac{1}{z}(in)$ , yang akibatnya diperoleh

$$F = P \lim_{z \rightarrow 0} \left( (1+z)^{1/z} \right)^{in} = P e^{in} . \quad 4$$

Dengan menggunakan bunga majemuk kontinu  $e^{in}$  sebagai pengganti bunga majemuk diskrit  $(1+i)^n$ , maka rata-rata biaya yang ekuivalen dengan rata-rata biaya tahunan (EUAC) pada model diskrit (1) dinamakan *equivalent costflow* (EC). Setelah notasi  $n$  kita ganti dengan  $T$  didapat:

$$EC = P \left( \frac{ie^{iT}}{e^{iT} - 1} \right) = P \left( \frac{i}{1 - e^{-iT}} \right), \quad 5$$

dengan  $P$  merupakan *present value* dari peralatan yang bersangkutan.

Selanjutnya akan diuraikan sebuah model sederhana untuk mencari umur ekonomis sebuah kendaraan bermotor dengan meminimumkan *equivalent costflow*. Misalkan  $k(t)$  merupakan biaya total kendaraan pada saat  $t$  yang meliputi biaya operasional dan biaya investasi. Dengan menggunakan bunga majemuk kontinu diperoleh *equivalent costflow*:

$$k_e(T) = \frac{i}{1 - e^{-iT}} \int_0^T k(t) e^{-it} dt , \quad 6$$

Bethuyne (1998) menyebutkan bahwa biaya total kendaraan  $k(t)$  pada saat  $t$  meliputi biaya operasional dan biaya investasi, yaitu:

$$k(t) = m(t) + iV(t) - v(t) . \quad 7$$

Dalam hal ini biaya operasional  $m(t)$  dapat terdiri dari biaya perawatan, biaya bahan bakar, biaya pekerja dsb. Sedangkan biaya investasi terdiri dari *opportunity cost* dari kapital yang diinvestasikan dalam kendaraan, yaitu  $iV(t)$ , dengan  $V(t)$  menunjukkan nilai kendaraan jika dilakukan penjualan kembali di pasar pada saat  $t$ , dan penurunan nilai kendaraan pada saat  $t$ , yaitu  $v(t) = dV(t)/dt$ . Selanjutnya dapat diperlihatkan bahwa pada waktu  $T$  penggantian akan optimal jika memenuhi syarat:

$$k(T) = k_e(T) . \quad 8$$

Bukti matematisnya dapat dilihat pada lampiran 1.

## **HASIL PENELITIAN & PEMBAHASAN PADA STUDI KASUS UMUR EKONOMIS ANGKUTAN KOTA**

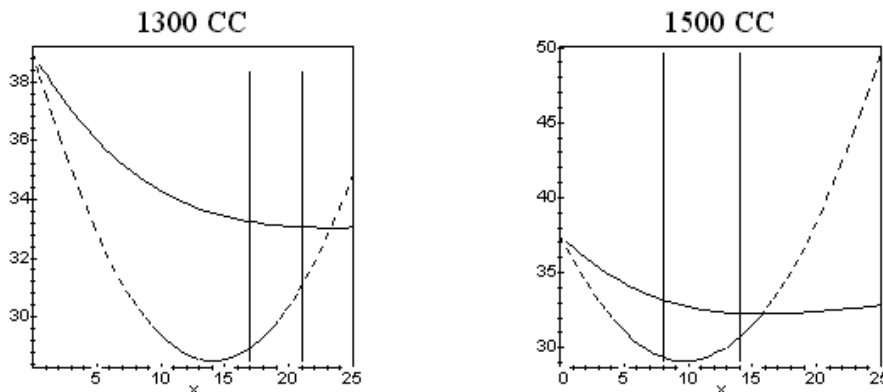
Penelitian dilakukan pada bulan Mei 2001 dengan melibatkan sebanyak 95 angkot, yang terbagi menjadi 2 kelompok ukuran mesin, yaitu: kijang 1300 CC dan kijang 1500 CC. Biaya total kendaraan  $k(t)$  dihitung dengan menggunakan rumusan Bethuyne (7). Data dan hasil perhitungan membentuk *cluster* terhadap kapasitas mesin (1300 CC dan 1500 CC). Dengan demikian umur ekonomis akan dihitung berdasarkan kedua kelompok kapasitas mesin tersebut. Untuk menghitung umur ekonomis tersebut terlebih dahulu dicari persamaan regresi untuk biaya total kendaraan  $k(t)$  kedua kelompok mesin tadi.

Hasil perhitungan regresi dapat dilihat pada Tabel 1 dengan regresi terbaik diberikan oleh persamaan parabolik.

**Tabel 1.** Model Regresi untuk Biaya Total Kendaraan

Koefisien persamaan regresi	Model					
	Model Linier $k(t)=at+b$		Model Invers $K(t)=1/(at+b)$		Model Parabolik $k(t)=at^2+bt+c$	
	Kapasitas Mesin					
	1300 CC	1500 CC	1300 CC	1500 CC	1300 CC	1500 CC
<i>a</i>	0,5483	0,2208	-198,35	1,854	0,0531	0,0884
<i>b</i>	19,4389	27,1465	40,3287	31,6319	-1,4924	-1,7242
<i>c</i>	-	-	-	-	38,9720	37,4901
$R^2$	0,795	0,652	0,779	0,505	0,806	0,966

Setelah persamaan regresi untuk biaya total diperoleh untuk masing-masing kelompok mesin, maka persamaan regresi tersebut dipakai untuk menentukan umur ekonomis dengan cara menyelesaikan persamaan fungsional (8). Untuk menyelesaikan persamaan ini dilakukan perhitungan menggunakan perangkat lunak Maple V dari Waterloo Maple Inc (lihat Lampiran 2). Dengan menggunakan perangkat lunak tersebut diperoleh umur ekonomis yakni untuk ukuran mesin 1300 CC adalah 23,30 tahun dan untuk ukuran mesin 1500 CC adalah 15,73 tahun. Ilustrasi grafisnya dapat dilihat pada Gambar 1.



**Gambar 1.** Pada gambar tersebut sumbu datar x menyatakan tahun dan sumbu tegak menyatakan biaya total rata-rata dalam rupiah per km. Umur ekonomis dengan menggunakan model kontinu untuk angkot ukuran mesin 1300 CC dan ukuran mesin

**Analisis Peremajaan Angkutan Kota (Studi Kasus Trayek Margahayu Raya – Ledeng)  
(Hennie Husniah dan Asep K. Supriatna)**

1500 CC. Umur ekonomis ditunjukkan oleh absis titik potong dari kurva-kurva parabolik. Garis vertikal sebelah kiri dan kanan berturut-turut menunjukkan usia minimum dan maksimum angkot yang masih beroperasi hingga bulan Mei 2001.

Berdasarkan hasil perhitungan dan dengan membandingkan usia kendaraan pada Gambar 1, maka pada tahun 2003 sudah harus dilakukan peremajaan untuk kendaraan bermesin 1300 CC tahun pembuatan 1980 dan kendaraan bermesin 1500 CC tahun pembuatan 1987 karena dinilai sudah tidak ekonomis lagi untuk dioperasikan (dua tahun mendatang setelah Mei 2001, tahun pembuatan 1980 ke bawah usianya sudah di atas 23 tahun dan tahun pembuatan 1987 ke bawah usianya sudah di atas 16 tahun). Situasi ini diperlihatkan pada Gambar 1. Pada gambar tersebut diperlihatkan umur ekonomis sebagai absis dari titik potong kedua kurva parabolik. Garis vertikal sebelah kanan menunjukkan usia maksimum angkot yang masih beroperasi sejauh ini. Sedangkan apabila kita memakai model diskrit maka peremajaan untuk kendaraan bermesin 1300 CC tahun pembuatan 1980 dan kendaraan bermesin 1500 CC tahun pembuatan 1987 harus dilakukan setahun lebih awal.

**Efek perubahan suku bunga terhadap umur ekonomis**

Umur ekonomis pada bagian di atas dihitung dengan menggunakan nilai suku bunga 12,5%. Dalam bagian ini akan dilihat sensitifitas perubahan nilai suku bunga terhadap umur ekonomis. Tabel 2 memperlihatkan perubahan umur ekonomis yang disebabkan karena perubahan nilai suku bunga dari 1% hingga 25%.

**Tabel 2** Sensitifitas umur ekonomis terhadap nilai suku bunga

Tingkat Suku Bunga	Ukuran Mesin	
	1300 CC	1500 CC
	Umur Ekonomis (dalam tahun)	
	Model Kontinu	Model Kontinu
1,00%	21,25	14,72
2,50%	21,53	14,85
5,00%	22,00	15,08
10,0%	22,89	15,52
12,5%	23,30	15,73
15,0%	23,67	15,94
20,0%	24,32	16,32
25,0%	24,85	16,66

Dari tabel di atas dapat kita simpulkan bahwa dalam hal ini tingkat suku bunga mempunyai pengaruh positif terhadap umur ekonomis, yakni semakin tinggi tingkat suku bunga maka umur ekonomis semakin bertambah besar. Pola tersebut berlaku untuk ukuran mesin 1300 CC dan 1500 CC. Walaupun perilaku umur ekonomis untuk kasus ini dapat diketahui, namun karena rumus eksplisit umur ekonomis sebagai fungsi dari tingkat suku bunga tidak diperoleh, maka kita tidak dapat menyimpulkan bahwa secara umum kenaikan tingkat suku bunga akan selalu menambah umur ekonomis asset yang bersangkutan.

Studi pengaruh tingkat suku bunga terhadap pengambilan keputusan merupakan suatu studi yang menarik dan penting. Sebagai contoh di bidang lain, yakni dalam masalah eksploitasi sumber alam yang regeneratif (*renewable natural resources*), Clark (1973) serta Dawid dan Kopel (1997) memperlihatkan bahwa tingkat eksploitasi optimal sangat dipengaruhi oleh tingkat suku bunga yang berlaku. Dalam hal ini semakin tinggi tingkat suku bunga maka semakin tinggi pula tingkat eksploitasi. Hal ini mengindikasikan pentingnya penelitian lanjutan untuk memperoleh hubungan eksplisit antara tingkat suku bunga dan umur ekonomis. Apabila bentuk eksplisit ini diperoleh, diharapkan kondisi kapan pengaruh tingkat suku bunga akan positif dan kapan pengaruh tingkat suku bunga akan negatif terhadap umur ekonomis dapat diketahui.

Pada Tabel 2 terlihat bahwa umur ekonomis cukup sensitif terhadap perubahan suku bunga. Perhitungan pada tabel tersebut adalah dengan menggunakan tingkat suku bunga yang tetap setiap tahunnya. Aspek ketidakpastian dari tingkat suku bunga, dengan asumsi bahwa tingkat suku bunga dapat bervariasi setiap tahunnya, tidak dibahas dalam model tersebut. Sebuah model stokastik yang sederhana telah dikembangkan untuk membuat simulasi perhitungan umur ekonomis dengan mengasumsikan bahwa tingkat suku bunga mengikuti distribusi tertentu (Husniah 2001). Program simulasi ini dibuat secara numerik dengan bantuan pemrograman Maple V. Secara analitis perhitungan integral untuk versi stokastik pada persamaan 6 mungkin dapat dilakukan dengan menggunakan teori kalkulus stokastik dan perhitungan optimasi umur ekonomis mungkin dapat dilakukan dengan menggunakan pemrograman dinamik stokastik. Tetapi untuk tujuan praktis pada kedua tulisan tersebut digunakan pendekatan kalkulus numerik, yaitu perhitungan integral didekati dengan jumlah dari luas beberapa trapesium yang terbentuk di bawah fungsi yang akan diintegrasikan (Sherlock, Roebuck dan Godfrey, 1982).

Husniah dan Supriatna (2003) telah melakukan simulasi untuk model stokastik dengan menggunakan model yang dibahas pada tulisan Husniah (2001) dan data dari penelitian yang sama dengan yang ada pada tulisan ini. Simulasi dilakukan untuk tingkat suku bunga yang mengikuti distribusi uniform, dengan tingkat suku bunga minimum adalah 7,5% dan tingkat suku bunga maksimum adalah 17,5%. Simulasi ini telah dilakukan sebanyak 100 replikasi yang menghasilkan rata-rata umur ekonomis untuk angkot dengan kapasitas mesin 1300 CC sebesar 22,94 tahun, median 23 tahun, dan modus 23 tahun dengan standar deviasi sebesar 1,611 tahun. Hasil ini sangat dekat dengan hasil yang diperoleh pada model kontinu deterministik untuk tingkat suku bunga 12,5% (rata-rata tingkat suku bunga), yaitu 23,3 tahun.

#### Efek perubahan Utilitas terhadap umur ekonomis

Hal lain yang cukup menarik yang dapat dilihat mengenai umur ekonomis pada Tabel 2 adalah lebih rendahnya umur ekonomis untuk angkot dengan ukuran mesin 1500 CC dibandingkan dengan umur ekonomis untuk angkot dengan ukuran mesin 1300 CC. Data penelitian menunjukkan bahwa rata-rata banyaknya rit untuk ukuran mesin 1500 CC adalah 6 sedangkan rata-rata banyaknya rit untuk ukuran mesin 1300 CC adalah 5. Dengan demikian utilitas untuk angkot dengan kapasitas mesin 1500 CC lebih tinggi dibandingkan dengan utilitas untuk angkot dengan kapasitas mesin 1300 CC. Selain usia kendaraan, tingkat pemakaian dari kendaraan tersebut juga sebenarnya sangat memegang peranan dalam menentukan umur ekonomis alat tersebut. Namun kebanyakan model penggantian menghindari faktor tingkat pemakaian ini dalam analisis penentuan waktu penggantian yang optimal. Hal ini disebabkan karena dengan dimasukkannya kedua faktor tersebut secara simultan dapat menambah kompleksitas permasalahan, dalam hal ini tingkat kesulitan matematisnya bertambah. Penjelasan matematis untuk hasil pada Tabel 2, yaitu angkot yang mempunyai ukuran mesin 1500 CC dengan 6 rit per hari mempunyai umur ekonomis yang lebih rendah dibandingkan dengan umur ekonomis angkot yang mempunyai ukuran mesin 1300 CC dengan 5 rit per hari, dapat dilihat pada Husniah dan Supriatna (2002), yang menunjukkan bahwa dengan menurunnya tingkat utilitas maka umur ekonomis peralatan akan bertambah.

#### Efek perubahan Harga BBM terhadap umur ekonomis

Umur ekonomis pada bagian di atas dihitung dengan menggunakan harga bahan bakar minyak premium (BBM) yang berlaku saat itu, yaitu Rp. 1150 per liter. Sampai dengan saat ini harga BBM sudah mengalami perubahan beberapa kali. Pertanyaan yang relevan adalah bagaimana sensitifitas umur ekonomis terhadap kenaikan harga BBM tersebut. Dengan memakai prosedur yang sama seperti pada bagian sebelumnya, umur ekonomis untuk berbagai harga BBM dapat diperoleh seperti pada Tabel 3.

Dari Tabel 3 terlihat bahwa pengaruh kenaikan BBM berbeda untuk kedua jenis mesin, yakni menaikkan umur ekonomis untuk mesin 1300 CC dan menurunkan umur ekonomis untuk mesin 1500 CC. Hal ini disebabkan karena nonlinieritas fungsi biaya dan juga karena perbedaan utilitas. Kendaraan dengan mesin 1500 CC mempunyai utilitas yang lebih tinggi, dalam hal ini jumlah rit rata-rata adalah 6, dibandingkan dengan utilitas mesin 1300 CC yang dalam hal ini hanya mempunyai utilitas 5 rit. Utilitas telah dibuktikan dapat menurunkan umur ekonomis (Husniah dan Supriatna, 2002), sehingga terjadi trade-off antara berbagai variable yang mempengaruhi nonlinieritas tersebut. Namun demikian secara keseluruhan, dalam kasus kenaikan BBM yang ada, pengaruh kenaikan BBM tersebut terhadap umur ekonomis tidak terlalu signifikan seperti ditunjukkan oleh Tabel 3. Dalam tabel tersebut diperlihatkan bahwa perubahan harga BBM sebesar 34,78% dari Rp. 1150 menjadi Rp. 1550, hanya mengakibatkan perubahan umur ekonomis mesin 1300 CC sebesar 0,34% dan perubahan umur ekonomis mesin 1500 CC sebesar 4,90%.

**Tabel 3** Umur ekonomis untuk setiap ukuran mesin hasil perhitungan menggunakan model kontinu dengan beberapa harga BBM. Bilangan dalam tanda kurung menunjukkan perubahan terhadap kolom sebelumnya.

Ukuran Mesin Kendaraan	Harga BBM (dalam Rupiah) dan Perubahannya			
		1150	1550 (34,78%)	1750 (12,90%)
	Umur Ekonomis (dalam tahun) dan Perubahannya			
1300 CC	23,30	23,38 (0,34%)	23,40 (0,09%)	23,41 (0,04%)
1500 CC	15,73	14,96 (4,90%)	14,64 (2,14%)	14,55 (0,61%)

### SIMPULAN

Dalam tulisan telah dibahas suatu model matematika untuk peremajaan angkutan kota. Model ini telah diaplikasikan untuk menentukan umur ekonomis angkutan kota trayek Margahayu Raya – Ledeng di Bandung. Hasil penelitian menunjukkan bahwa umur ekonomis untuk angkutan dengan kapasitas mesin 1300 CC adalah 23,30 tahun dan untuk kapasitas mesin 1500 CC adalah 15,73 tahun.

### SARAN

Beberapa hal teoritis pada paper ini masih dapat dikembangkan lagi, misalnya pembuktian waktu optimal  $T$  yang memenuhi persamaan (8) dapat diperdalam dengan memperlihatkan eksistensi waktu optimal tersebut, yakni pada kondisi yang bagaimanakah waktu optimal tersebut ada. Materi tersebut akan menjadi kajian matematis yang cukup menarik (Brown and Page, 1970). Penelitian teoritis lainnya yang dapat dilakukan adalah mencari hubungan eksplisit antara tingkat suku bunga dengan umur ekonomis dan pengaruh ketidakpastian terhadap umur ekonomis tersebut.

**Lampiran 1:** Penurunan Persamaan (8)

Kondisi optimum dapat dicapai apabila syarat perlu  $\frac{d}{dt}k_e(T) = 0$  terpenuhi, dengan

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}k_e(T) &= \frac{d}{dt}\left(\frac{i}{1-e^{-iT}}\int_0^T k(t)e^{-it} dt\right) \\ &= \frac{i\left(X(T)(1-e^{-iT})-ie^{-iT}\int_0^T k(t)e^{-it} dt\right)}{(1-e^{-iT})^2} \end{aligned} \quad \text{L1}$$

dengan

$$X(T) = \frac{d}{dt}\int_0^T k(t)e^{-it} dt. \quad \text{L2}$$

Hal ini berarti

$$i\left(X(T)(1-e^{-iT})-ie^{-iT}\int_0^T k(t)e^{-it} dt\right) = 0. \quad \text{L3}$$

Dari persamaan (L3) dan dari persamaan (6),  $X(T)$  dapat dieksplicitkan dalam bentuk:

$$X(T) = \frac{ie^{-iT}\int_0^T k(t)e^{-it} dt}{1-e^{-iT}} = e^{-iT}k_e(T). \quad \text{L4}$$

Di lain pihak dari pendefinisian  $X(T)$  pada persamaan (L2) diperoleh  $X(T) = k(T)e^{-iT}$ , sehingga dari kedua persamaan terakhir diperoleh  $k(T) = k_e(T)$ . Jadi terbukti bahwa pada saat penggantian yang optimal, biaya saat itu sama dengan *equivalent costflow*.

Lebih jauh apabila kita asumsikan bahwa  $k(t)$  merupakan fungsi yang monoton naik (suatu asumsi yang sangat realistik untuk biaya operasi) dapat diperlihatkan bahwa waktu  $T$  di atas menjamin bahwa *equivalent costflow* mempunyai nilai minimum (bukan maksimum) di titik  $T$  tersebut. Hal ini dapat diperlihatkan dengan pengujian turunan kedua dari  $k_e(T)$  sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2}k_e(T) &= \frac{d}{dt}\frac{i\left(X(T)(1-e^{-iT})-ie^{-iT}\int_0^T k(t)e^{-it} dt\right)}{(1-e^{-iT})^2} \\ &= \frac{\left((X'(T)(1-e^{-iT})+ie^{-iT}X(T)-ie^{-iT}k(T)e^{-iT}+i^2e^{-2iT}\int_0^T k(t)e^{-it} dt)\right)(1-e^{-iT})^2}{(1-e^{-iT})^4} \\ &\quad - \frac{2(1-e^{-iT})ie^{-iT}\left(X(T)(1-e^{-iT})-ie^{-iT}\int_0^T k(t)e^{-it} dt\right)}{(1-e^{-iT})^4} \end{aligned} \quad \text{L5}$$

Karena  $i \left( X(T)(1 - e^{-iT}) - i e^{-iT} \int_0^T k(t) e^{-it} dt \right) = 0$  dan

$X(T) = e^{-iT} k_e(T) = e^{-iT} k(T)$  pada saat waktu penggantian optimal, maka diperoleh:

$$\frac{d^2}{dt^2} k_e(T) = \frac{\left( (X'(T)(1 - e^{-iT}) + i^2 e^{-2iT} \int_0^T k(t) e^{-it} dt) \right)}{(1 - e^{-iT})^2}. \quad L6$$

Selanjutnya karena asumsi fungsi biaya operasi  $k(t)$  merupakan fungsi yang monoton naik maka  $X(T)$  juga naik, sehingga  $dX(T)/dt$  positif. Ini menunjukkan bahwa turunan kedua dari  $k_e(T)$  positif. Artinya waktu  $T$  yang diperoleh merupakan waktu optimal yang membuat *equivalent costflow*  $k_e(T)$  mencapai nilai minimum.

### Lampiran 2: Contoh Program Untuk Angkot 1300 CC

```
> # Program Regresi Biaya Parabolik:
> # Data Mesin 1300 cc dengan Depresiasi Selisih Nilai Sekarang
> restart: n:=60:
> # Data Tahun
> v1:=[21,21,21,21,21,21,21,21,20,20,20,20,20,20,20,20,20,20,20,20,
19,19,19,19,19,19,19,19,19,19,19,19,19,19,19,19,19,19,19,19,
19,19,19,18,18,18,18,18,18,18,18,18,18,18,18,18,18,18,18,18,
17,17,17]:
> # Data Biaya
> v2:=[32.166,30.972,30.832,31.069,30.947,30.867,31.001,31.055,
30.201,30.405,30.295,30.270,30.234,30.422,30.294,30.185,
29.898,30.317,30.296,29.699,29.695,29.787,29.699,29.788,
30.697,30.121,29.696,29.858,30.839,29.938,30.123,29.489,
29.699,29.638,29.628,29.839,29.668,29.699,29.739,29.755,
29.699,29.250,29.675,29.252,29.018,29.375,29.253,29.273,
29.676,28.847,29.182,29.085,29.252,29.807,29.199,29.298,
29.249,29.297,28.896,28.677]:
> with(stats):
> fit[leastsquare[[x,y], y=a*x^2+b*x+c]] ([v1,v2]);
```

#### OUTPUT:

$y = .2266977826e-1 * x^2 - .3220994518 * x + 28.08401105$

#### > #Program Umur Ekonomis

```
> #Fungsi Biaya
> restart:m:=25:r:=0.125:
> a := 0.05312523171:
> b := -1.492398363:
> c := 38.97196536:
```

```
> cost:= proc(x)  a*x^2+b*x+c end:

> #Umur Ekonomis
> ecost:=proc(x) r/(1-exp(-r*x))*int((cost(t)*exp(-r*t)),t=0..x) end:
> with(plots):
> curve:=plot([cost(x),ecost(x)],x=0..m,linestyle=[2,3],
              color=[black,black],title=`Biaya untuk 1300 CC`,
              axes=boxed):
> EUAC_time:=fsolve(cost(x)-ecost(x),x,0..m);
  EUAC_value:=evalf(ecost(EUAC_time));
> BOK_time:=fsolve(diff(cost(x),x),x,0..m);
> BOK_value:=evalf(minimize(cost(x), {x}, {x=0..m}));
> ethic1:=PLOT(CURVES([[17,(BOK_value)],[17,cost(m)]]),
              COLOUR(RGB,0,0,0)):
> ethic2:=PLOT(CURVES([[21,(BOK_value)],[21,cost(m)]]),
              COLOUR(RGB,0,0,0)):
> display({curve,ethic1,ethic2});
```

**OUTPUT:**

```
EUAC_time := 23.29529369
EUAC_value      := 33.03561431
BOK_time  := 14.04604098
BOK_value := 28.49082107
```

**UCAPAN TERIMA KASIH:**

Penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada Dr. Muljadji Agma dari FMIPA UNPAD yang telah memberikan saran dan kritik kepada penulis dalam hal perbaikan penulisan makalah ini.

**DAFTAR PUSTAKA**

- Bethuyne, G. (1998). Optimal replacement under variable intensity of utilization and technological progress. *The Engineering Economist* Vol. 43 No. 2, pp. 85-105.
- Blank, L. and A. Torquin (1998). *Engineering Economy, 4th Edition*. Univ. Texas, El Paso.
- Brown, A.L. and A. Page (1970). *Elements of Functional Analysis*. Van Nostrand Reinhold. London.
- Clark, C.W. (1973). Profit Maximization and Extinction of Animal Species. *Journal of Political Economy* 81:950-961.

- Dawid, H. and M. Kopel (1997). On the Economically Optimal Exploitation of a New Renewable Resource. *Journal of Economic Theory* 76: 272-297.
- Husniah, H. (2001). Model Matematika Deterministik dan Stokastik untuk Mencari Umur Ekonomis Kendaraan Bermotor. *Majalah Ilmiah Universitas Langlangbuana*.
- Husniah, H. dan A.K. Supriatna (2002). Pengaruh Utilitas pada Umur Ekonomis Angkutan Kota: Suatu Tinjauan Model Matematika. *Matematika Tahun VIII Edisi khusus. Jurnal Matematika atau Pembelajarannya - Universitas Negeri Malang*, halaman 963-966.
- Husniah, H. dan A.K. Supriatna. (2003). Pemodelan Matematika dalam Analisis Penggantian dan Aplikasinya dalam Peremajaan Angkutan Kota (Studi Kasus: Angkot Trayek Margahayu Raya – Ledeng). *Matematika Integratif* 1(2):13-22.
- Newnan, D.G. (1976). *Engineering Economic Analysis, 2nd Edition*. Engineering Press, California.
- Sherlock, A.J., E.M. Roebuck and M.G. Godfrey (1982). *Calculus: Pure and Applied*. Edward Arnold, Great Britain.